

ЛЕКЦИЯ №1

ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПНК

Понятие пилотажно-навигационные комплексы (ПНК) появилось с внедрением вычислительной техники на борту летательного аппарата (ЛА).

Согласно нормативно-технической документации под пилотажным комплексом понимают:

- совокупность бортовых функционально объединенных информационных средств (датчиков), вычислительно-программных, систем автоматического управления, систем индикации и сигнализации, предназначенных для решения задач самолетовождения и обеспечения работы других бортовых систем ЛА.

Отсюда вытекает, что ПНК в своем составе объединяет два комплекса: пилотажный и навигационный.

Под пилотажным комплексом понимают:

- совокупность систем автоматического управления, включая автоматы загрузки, ограничения и смены передаточных чисел.

Под навигационным комплексом понимают:

- совокупность бортовых систем и устройств, предназначенных для решения задач навигации и определения координат местонахождения ЛА.

Общее назначение ПНК:

- обеспечение самолетовождения на всех этапах полетов в простых и сложных метеорологических условиях, в любое время года и суток, при полете над морем и сушей;

- решение задач пилотирования, навигации и посадки;
- определение и выдача пилотажно-навигационной информации на индикацию и соответствующим потребителям для решения специальных задач полета.

Кроме того, на ПНК возлагается решение таких задач как:

1. Задача построения навигационной программы полета с учетом:

- автоматического ввода исходных данных и программы полета;
- расчет данных, определяющих заданный маршрут, параметры линий заданного пути, набора высоты и снижения, развороты и так далее.

2. Навигационные задачи, включающие:

- преобразование координат, определение параметров полета, комплексная обработка информации;

- контроль пространственно-временного графика полета;

- коррекция координат местоположения;

- определение параметров ветра;

- предпосадочное маневрирование и заход на посадку.

3. Пилотажные задачи, включающие:

- автоматизацию управления при взлете и наборе высоты;
- автоматическая стабилизация углового положения ЛА, скорости и высоты;

- автоматизация полета по маршруту, группового полета, автоматизации посадки.

4. Задачи контроля ПНК и режимов полета, включая:

- непосредственный контроль работоспособности подсистем ПНК;
- обеспечение реконфигурации ПНК при отказах отдельных подсистем;
- предупреждение экипажа об аварийных ситуациях или недопустимых режимах полета.

Полный перечень задач, что решаются ПНК определяется тактико-техническими требованиями.

Тактико-технические требования, предъявляемые к ПНК

Эффективность ПНК, как правило, формируется в виде вероятности выполнения авиационным комплексом конкретных задач в конкретных условиях.

Таковыми задачами могут быть:

- обеспечение основной целевой задачи – перевоз определенного количества пассажиров и багажа в заданный пункт маршрута за заданное время или в соответствии с временным графиком;
- определение определенного уровня безопасности полетов;
- обеспечение регулярности полетов;
- экономическая эффективность и так далее

Если учесть, что часовой график полета ВС на дальность L для каждой текущей точки маршрута обуславливает ограничение отношения пройденного пути $L(t)$ к средней скорости полета V_{cp} , то условия, что соответствуют выполнению основной задачи, можно записать так:

$$\Delta x_i(t) \langle \Delta_{i2p}(t), (i = \overline{1, n})$$

$$t_{\phi} = \frac{L(t)}{V_{cp}} \leq t_3,$$

где $\Delta x_i(t) = x_{i3} - x_i(t)$ - отклонение параметра вектора состояния $x_i(t)$ от программного значения x_{i3} ;

$\Delta x_i(t)$ - гранично-допустимые значения i -ой координаты;

t_3 - заданное время достижения дальности L ;

t_{ϕ} - фактическое время достижения дальности L .

С учетом введенных обозначений полная вероятность выполнения основной целевой задачи выражается таким образом:

$$P = \prod_{i=1}^n P_i,$$

где $P_i = P(\Delta x_i \langle \Delta_{i2p}) (i = \overline{1, n})$;

$$P_2 = (t_{\phi} \langle t_3 \rangle);$$

$P_i = P(\alpha_i \langle \alpha_{i2p} \rangle)$, α_i - некоторые параметры ПНК (масса, стоимость и так далее), α_{i2p} - их гранично-допустимые значения.

Рассмотрим более конкретно некоторые требования, предъявляемые к ПНК.

Точностные требования к ПНК

Вектор пилотажно-навигационных параметров, который определяется с помощью ПНК - $X_{\text{ПНК}}$, содержит в себе величины характеризующие положение и движение относительно центра масс.

Точность работы ПНК характеризуется отклонением текущих пилотажно-навигационных параметров от их заданных значений. Количественной характеристикой этих значений есть $\Delta X_{\text{ПНК}}$ - вектор ошибок, равный

$$\Delta X_{\text{ПНК}} = X_{\text{ПНК}} - X_{\text{ПНК}}^{\text{зад}},$$

где $X_{\text{ПНК}}^{\text{зад}}$ - вектор заданных значений пилотажно-навигационных параметров полета ЛА.

Допустимые значения составляющих вектора ошибок задаются в отдельных тактико-технических требованиях (ОТТБ) в виде среднеквадратических, сдвоенных среднеквадратических (2σ) или гранично-допустимых ошибок. В качестве последних принимают 3-х кратное значение среднеквадратических ошибок 3σ .

Размерность вектора ошибок ПНК определяется типом и назначением ЛА. Ниже рассматриваются требования к основным составляющим этого вектора с учетом возможности решения авиационных комплексов навигационно-пилотажных задач.

Главной задачей навигации есть определение горизонтальных координат местоположения ЛА. При этом основным методом их определения, есть счисление пути в инерциальном, в инерциально-доплеровском, курсо-доплеровском или курсо-аэрометрическом режимах с коррекцией отдельных участков маршрута.

В режиме счисления пути ошибки нарастают со временем. Для всех 4-х указанных режимов увеличение среднеквадратических ошибок различны, тем не менее, для всех режимов счисления пути требования задают в виде $\sigma_{\Delta z}$ ($\sigma_{\Delta x}$) за определенный интервал времени.

Пример требований к точности навигации для различных режимов счисления пути приведены в табл. 1.

Накопленные за время счисления пути ошибки на интервале коррекции списываются до уровня, обусловленного точностью системы коррекции. Точность системы коррекции в свою очередь зависит от типа системы, алгоритмов, времени коррекции, режимов работы, методов коррекции и так далее.

Таблица 1

Режим счисления пути	Требования точности
Инерциальный	$\sigma_{\Delta z} \leq 5$ км за 1 час
Инерциально-доплеровский	$\sigma_{\Delta z} \leq 3$ км за 1 час
Курсо-доплеровский	$\sigma_{\Delta z} \leq 3$ км за 20 мин
Курсо-аэрометрический	$\sigma_{\Delta z} \leq 10$ км за 20 мин

Пример требований к точности коррекции приведены в табл. 2.

Таблица 2

Система коррекции	Условия коррекции	Время Коррекции	Точность коррекции
РСБН	Прямая видимость	Практически Мгновенно	$\leq 0,2$ км
		100 с	$\leq 0,1$ км
РСДН	Зона действия наземных радиомаяков	Практически Мгновенно	$\leq 2 \dots 3$ км
		100 с	$\leq 1 \dots 2$ км
Оптические, электронно-оптические визиры	Дальность до ориентира 10 км	Практически Мгновенно	$\leq 0,2$ км
		10 с	$\leq 0,15$ км
РЛС	Дальность до ориентира 50 км	Практически Мгновенно	≤ 1 км
		30 с	$\leq 0,5$ км
КЕНС (по полю рельефа местности)	Среднепересечная (холмистая местность)	100 с	$\leq 0,15$ км
КЕНС (по аномальному полю Земли)	Высота полета 15 км	300 с	$\leq 0,1$ км
Спутниковые системы навигации	В перспективе без ограничений		$\leq 0,1$ км

Нормативными показателями точности выдерживания заданной траектории для двухмерной и трехмерной навигации есть горизонтальное эшелонирование и выдерживание высоты заданного эшелона.

Различают два вида горизонтального эшелонирования – продольное и боковое.

Продольное эшелонирование – это расстояние между ЛА вдоль линии пути или временной интервал пролета пунктов обязательного уведомления. Эти величины не должны быть меньше чем утвержденные. Продольное эшелонирование регулируется скоростью полета и временем пролета пунктов уведомления.

При наличии радиолокационного контроля нормы продольного эшелонирования составляют 30 км на трассах, 20 км в районе аэродрома. При отсутствии радиолокационного контроля норма продольного эшелонирования, измеряемая во времени, установленная для трасс при полете по одному маршруту – 10 мин.

Боковое эшелонирование – наикратчайшее расстояние точки, что соответствует положению центра масс ЛА до заданной линии пути. Оно устанавливается для воздушных судов всех ведомств равным 10 км (по 5 км в каждую сторону от оси воздушной трассы).

Вертикальные эшелоны – разделяются в зависимости от географического направления полета (от магнитного курса (МК)) – $МК = 0...179^0$ и $МК = 180...359^0$.

Схема эшелонирования приведена на рис. 1.

Интервалы по высоте между встречными маршрутами на малых и средних высотах (до 6000 м) установлены в 300 м, а между попутными – 600 м. На высотах до 12000 м эти интервалы удваиваются. Интервалы на высотах свыше 12000 м равны 1000 м для встречных маршрутов и 2000 м – для попутных.

Эшелоны отсчитываются от условного уровня, что соответствует средне-статистическому уровню Балтийского моря. Высота заданного эшелона измеряется как баровысота. При этом нулю отсчета высоты соответствует 760 мм рт. ст.

Минимальная высота эшелона зависит от рельефа местности. И нижний безопасный эшелон выбирается путем округления безопасной истинной высоты (рис. 2).

Требование к надежности и безопасности.

У современных ПНК работоспособность в режиме счисления пути должна сохраняться при наличии одновременно двух отказов.

Это достигается за счет многократного резервирования, избыточности измерений и развитой системы контроля.

Эргономические требования.

Простота управления всеми режимами работы ПНК совместно с удобством отображения пилотажно-навигационной информации.

Эргономические требования предусматривают оптимальное соединение (объединение) автоматического, директорного и ручного управления ЛА. При этом исходят из максимальной степени автоматизации и использования ручного управления как резервного при наделении летчика высшим приоритетом в принятии решений.

Требования к эксплуатационной технологичности ПНК.

Одной из самых важных эксплуатационных требований к ПНК является:

- удобство проведения тарировочных, юстировочных работ;
- работ, связанных с выставкой ИНС, а также минимум времени, необходимого для подготовки бортового оборудования ПНК к полету.

Выставка ИНС в азимуте может быть проведена как за счет гирокомпасирования, так и за счет дробноструктурных географических полей (КЕС) и ориентиров, в том числе и на этапах рулежки и разбега ЛА.

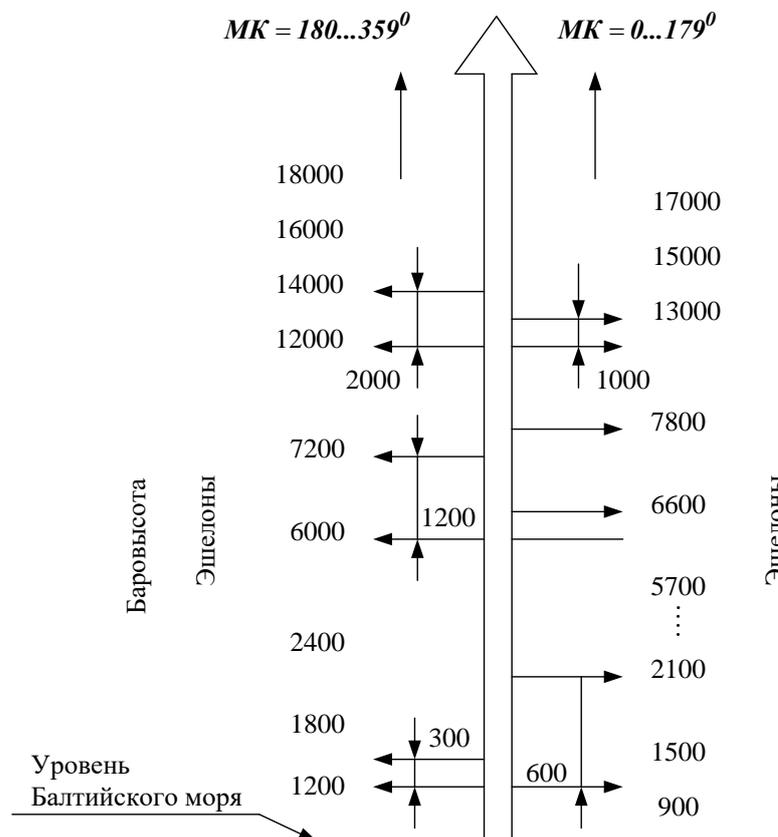


Рисунок 1

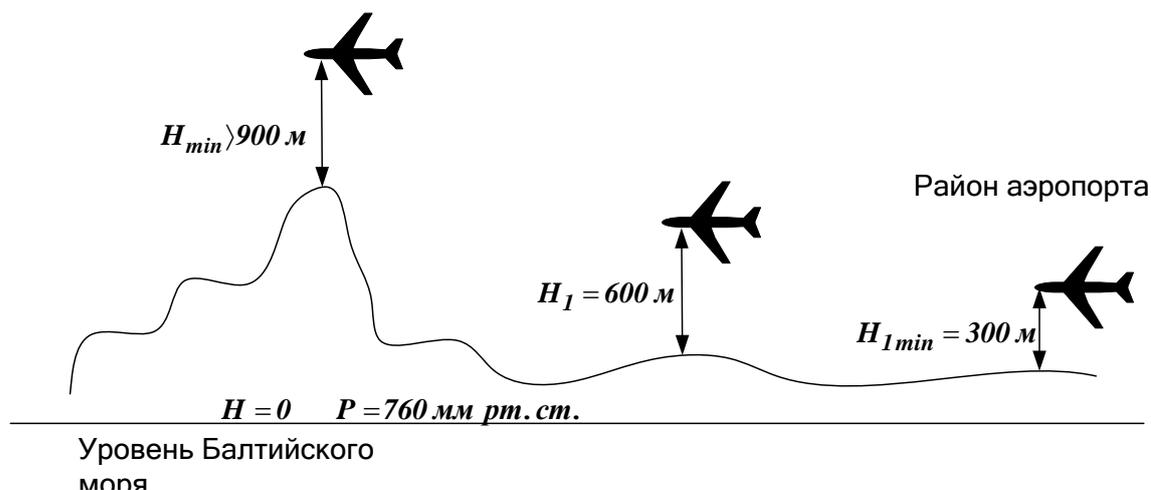


Рисунок 2

ОБЩАЯ СТРУКТУРА ПНК

ПНК – это рационально целевое и конструктивное объединение отдельных устройств, приводов и систем, управляемых одним или несколькими бортовыми вычислителями и предназначенных для решения взаимосвязанных задач автоматизированного самолетовождения.

В настоящее время разработано несколько отечественных и зарубежных структур НК и ПК, отличающихся составом, характером вычислителей, навигационными и другими возможностями.

ПНК в своем составе объединяет два комплекса:

- навигационный (НК);

- пилотажный (ПК).

С целью сокращения многотипности за последнее время разрабатываются три типа базовых ПНК:

- БПНК-1 – для региональных самолетов гражданской авиации;
- БПНК-2 – для среднемагистральных самолетов;
- БПНК-3 – для магистральных самолетов.

Для построения таких ПНК используется функционально-блочный принцип, преимуществом которого является возможность комплексирования отдельных подсистем ПНК, использование унифицированных блоков и обеспечение высокой точности и надежности. Состав ПНК представлен на рис. 3.

Датчики навигационной информации условно делятся на 2 группы:

- **датчики навигационных параметров положения** - предназначены для определения координат местонахождения ЛА относительно опорных линий, навигационных точек или положения объектов относительно самолета;
- **датчики навигационных параметров движения** – измеряющие параметры вектора скорости и его составляющие: путевую скорость, вертикальную, направление полета.

Датчики пилотажной информации:

- измеряют параметры полета, которые характеризуют угловое движение ЛА: углы крена, тангажа, рыскания и их угловые скорости; датчики, характеризующие положение ЛА относительно набегающего потока: углы атаки и скольжения, воздушная скорость, числа Маха.

Наиважнейшими из пилотажно-навигационных датчиков и систем есть:

- ИНС – инерциальная навигационная система;
- ИВК – инерциальная курсовертикаль;
- СКВ – система курса и вертикали;
- ДИСС – доплеровский измеритель скорости и угла сноса;
- ИК ВСП – информационный комплекс высотно-скоростных параметров;
- СВС – система воздушных сигналов.

Наиболее информативной в данной группе датчиков и систем есть ИНС, которая позволяет автономно определять составляющие ускорения и скорости полета ЛА, гироскопический или ортодромический курс, углы крена, тангажа и может быть получена информация о положении ЛА в пространстве.

Если на ЛА ИНС отсутствует, то основными датчиками углового положения ЛА могут быть:

- гироскопические датчики вертикали – АГД (авиагоризонт дистанционный, ЦГВ или МГВ);
- БПНК-3 – для магистральных самолетов, датчики курса типа ГПК, ГИК (гироиндукционный комплекс, курсовые системы);
- инерциальные курсовертикали или системы курсовертикали.

С целью увеличения точности и надежности на базе ДИСС реализуется инерциально-доплеровский режим счисления пути.

К навигационным системам и датчикам, что определяют положение ЛА относительно навигационных точек, ориентиров, базовых линий, положения объектов относительно самолета относятся:

- радиотехнические системы ближней навигации (РСБН);
- радиотехнические системы дальней навигации (РСДН);
- дальномеры (РК, СНС);
- бортовые радиотехнические станции (БРЛС);
- разнообразные визирные устройства;
- автоматический радиокомплекс (АРК);
- астрономические навигационные системы (АНС);
- корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЕНС);
- самолетные ответчики (СО, СОМ).

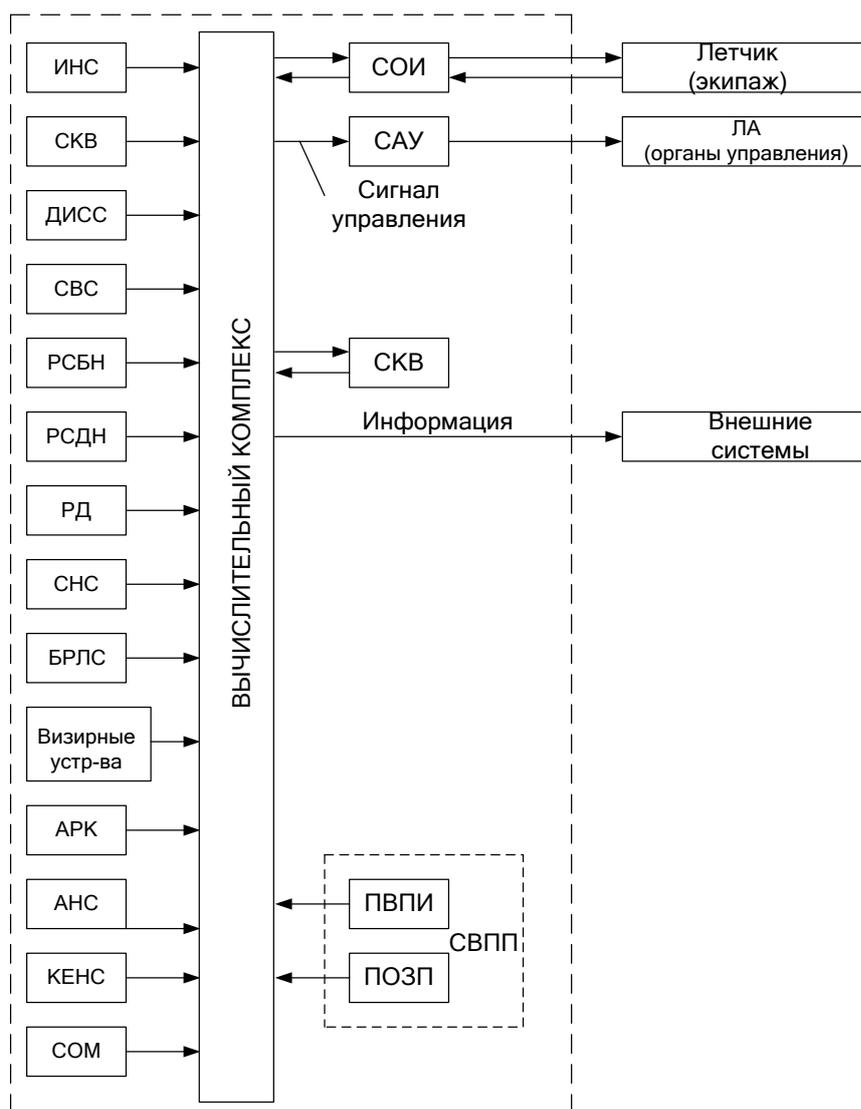


Рисунок. 3

РСБН позволяет определить на борту ЛА его полярные координаты:

- азимут (истинный пеленг ЛА);
- дальность относительно наземного маяка, координаты которого заранее известны.

РСДН позволяет определить на борту ЛА его гиперболические координаты (в виде временных задержек принимаемых сигналов или разницы фаз относительно наземных станций с известными координатами). Эти данные в

БЦВМ преобразуются в систему координат, в которой задана программа полета.

КЕНС и ИНС это наиболее современные системы. Эти системы обеспечивают экипаж информацией о координатах местоположения самолета, о направлении и скорости его движения в любой точке земного шара, на любых высотах и скоростях. При этом КЕНС требует предварительного картографирования физического поля Земли в районе полета ЛА и запоминание этих данных.

АРК используется для измерения курсовых углов приводных и широко-речевых радиостанций при полете по маршруту и во время предпосадочного маневрирования.

Визирные устройства обеспечивают выявление, распознавание и определение координат ориентиров относительно системы координат, связанной с ЛА. Оптические, электронно-оптические, инфракрасные, телевизионные устройства определяют угловые координаты ориентира, т. е. измеряют углы места и курсовой угол ориентира, что затем используется для коррекции текущих координат ЛА. В качестве астронавигационных систем в ПНК используют автоматические секстанты, измеряющие высоты и курсовые углы навигационных звезд, месяца и Солнца, что используется для коррекции координат ЛА.

Самолетные автоответчики СО или СОМ – международный СО в автоматическом режиме передают наземным радиолокационным станциям службы управления воздушным движением информацию о номере самолета, высоту полета, запас топлива и др. параметры.

Объединяющим звеном всех средств, что входят в состав ПНК, является навигационный вычислитель (БЦВМ).

Важным элементом ПНК является система ввода программы полета (**СВПП**), то есть в память ПНК вводятся параметры, которые характеризуют заданную траекторию полета. Программы вводят при помощи устройств ввода и индикации (**ПВПИ**), а также при помощи пульта оперативной смены программы полета (**ПОЗП**).

Для индикации навигационных параметров служит система отображения индикации (**СВИ**), включающая пилотажно-навигационные приборы, индикатор навигационной обстановки, табло навигационной сигнализации, картографические планшеты. На основании этой информации летчик и осуществляет полет (управление полетом). Эту же задачу может выполнять САУ. При заходе на посадку САУ формирует сигнал управления на командно-пилотажные индикаторы, с помощью которых пилот выполняет сложные траекторные маневры.

ЛЕКЦИЯ №2

НАЗНАЧЕНИЕ И ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ОСНОВНЫХ СИСТЕМ ПНК

Бортовой вычислительный комплекс (БЦВМ)

Достоинства БЦВМ по сравнению с аналоговыми вычислителями:

- возможность решения не только математических, но и логических задач, что повышает степень автоматизации процессов управления ЛА;
- за счет увеличения разрядности может быть достигнута требуемая точность решения навигационных задач;
- возможность использования для решения навигационных задач современных методов оптимального управления;
- значительная гибкость, обусловленная перепрограммированием задач;
- возможность обеспечения глубокого контроля.

Для решения задач навигации и управления перед БЦВМ устанавливают такие требования:

- высокая точность вычислений;
- достаточное быстродействие;
- удобство обращения с БЦВМ;
- живучесть и ремонтпригодность;
- допустимые значения массы и габаритов.

Имеются ряд факторов, которые ограничивают применение БЦВМ для полной автоматизации процессов управления ЛА. К этим факторам относятся:

- имеются задачи, решение которых не поддается математическому описанию;
- некоторые характеристики отдельных систем управления намного хуже аналогичных характеристик экипажа, например, в способности летчика принять решение в условиях недостатка информации.

При проектировании бортовых цифровых вычислителей для ПНК могут быть использованы следующие структурные варианты:

- бортовые специализированные цифровые вычислители (БСЦВ);
- бортовые цифровые вычислительные машины (БЦВМ);
- бортовые цифровые вычислительные системы (БЦВС) или комплексы (БЦВК).

БСЦВ – в основном используются как вычислители отдельных систем ПНК, например, ИНС, СВС, САУ и так далее. Такие вычислители могут быть выполнены либо по принципу универсальных машин либо по принципу цифровых дифференциальных анализаторов (ЦДА), структура которых, в общем, напоминает аналоговые ВЧУ и предназначены для выполнения определенных математических операций (\times , $/$, $+$, $-$) и так далее.

БЦВМ – предназначены для решения задач навигации, стабилизации, управления и решения специальных задач в соответствии с заложенными алгоритмами. При наличии нескольких БЦВМ на борту ЛА обмена информации между ними обычно не осуществляется.

БЦВС – применяется при проектировании интегрированных ПНК путем объединения БЦВМ в единую систему с целью расширения процессов автоматизации контроля и управления. БЦВС разделяются на два класса:

- многомашинные;
- мультипроцессорные.

При построении многомашинных БЦВС, поскольку сохраняется структура и принцип функционирования каждой взятой в отдельности ВМ, то обмен информацией между ними осуществляется за счет дуплексных, триплексных и дуальных СОИ.

Дуплексные и триплексные ВС состоят соответственно с 2-х и 3-х БЦВМ, решающих одновременно одни и те же задачи. С целью повышения надежности применяют специальные тесты, а в триплексных – схемы мажоритирования.

В дуальных БЦВС набор задач, подлежащих решению, распределяется между двумя БЦВМ.

В мультипроцессорных БЦВС имеется несколько процессоров, работающих параллельно под управлением единого блока управления.

БЦВМ в свою структуру включает ДЗУ, ОЗУ, ВЗУ.

В ДЗУ хранится подшивка алгоритмов работы, ВЗУ хранит временно входную информацию.

Основной характеристикой процессора является его быстродействие:

$$\theta = \left[N^{-1} \sum_{i=1}^N P_i T_i \right]$$

где P_i - частота выполнения информации i - го типа;

T_i - время выполнения i - ой операции;

N - общее число операций.

Инерциальные навигационные системы

Принцип действия инерциальных навигационных систем (ИНС) основан на использовании механических явлений, возникающих при движении тел в гравитационном поле Земли, и заключается в измерении ускорения ЛА. Ускорение измеряется акселерометрами. Основное преимущество ИНС – это ее автономность.

Рассмотрим ИНС с точки зрения применения ее в составе ПНК. В современных ПНК широкое применение ИНС нашли с ортодромической ориентацией и произвольной в азимуте ориентацией осей чувствительности акселерометров. Установленные на гироплатформе акселерометры измеряют кажущееся ускорение, то есть разницу между абсолютным ускорением ЛА и гравитационным ускорением:

$$\bar{a} = \bar{W} - \bar{g},$$

где \bar{a} - измеряемый вектор ускорения;

\bar{W} - вектор абсолютного ускорения;

\bar{g} - вектор гравитационного ускорения.

Для ортогонального размещения осей чувствительности акселерометров вдоль прямоугольной системы координат $O\xi\eta\zeta$, связанной с гиropлатформой, измеряемые акселерометром ускорения:

$$\begin{aligned} a_{\xi} &= W_{\xi} - g_{\xi}; \\ a_{\eta} &= W_{\eta} - g_{\eta}; \end{aligned}$$

Как видно из выражений, для ускорений составляющие гравитационного ускорения вносят ошибки при измерении абсолютных значений ускорения. Поэтому необходима их компенсация.

Компенсация гравитационных составляющих по осям $O\xi$ и $O\eta$ осуществляется за счет расположения ГСП в плоскости горизонта, а компенсации g_{ξ} осуществляется алгоритмично.

Для компенсации g_{ξ} и g_{η} акселерометры устанавливаются на гировертикали с периодом колебаний Шуллери $T = 84,4 \text{ мин}$, выходы акселерометров интегрируются и подаются на датчики моментов ГСП, которые за счет прецессии сохраняют горизонтальное положение.

В ИНС с ортодромической ориентацией осей чувствительности акселерометры измеряют ускорение вдоль и перпендикулярно ортодромии.

В ИНС со свободной (произвольной) в азимуте ориентацией гиropлатформы оси чувствительности акселерометров имеют в плоскости горизонта неизменную ориентацию относительно инерциального пространства. Оси платформы при этом относительно плоскости географического меридиана будут вращаться вокруг вертикали места с угловой скоростью

$$\omega_{\xi} = -\left(\Omega_3 \sin \varphi + \frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi \right), \quad (1)$$

где Ω_3 - угловая скорость вращения Земли;

φ - географическая широта местоположения ЛА;

V_E - восточная составляющая линейной скорости ЛА;

R - радиус Земли.

Различия в ориентации осей чувствительности акселерометров (ГСП различных типов ИНС) определяет различие в системах отсчета скорости, которые выдаются ИНС в БЦВМ ПНК.

ИНС с ортодромической ориентацией осей

ИНС с ортодромической ориентацией осей чувствительности акселерометров выдают составляющие путевой скорости в проекциях на оси ортодромической системы координат и ортодромический курс ЛА. Ортодромические координаты ξ, η, ζ получают путем интегрирования выходных сигналов акселерометра.

$$\begin{cases} \mathcal{V}_{n\xi}^{\mathcal{E}} = a_{\xi} - \Delta \mathcal{V}_{n\xi}^{\mathcal{E}}; \\ \mathcal{V}_{n\eta}^{\mathcal{E}} = a_{\eta} - \Delta \mathcal{V}_{n\eta}^{\mathcal{E}}, \end{cases} \quad (2)$$

где a_{ξ} , a_{η} - горизонтальные составляющие ускорения, измеряемые акселерометрами;

$\Delta \mathcal{V}_{n\xi}^{\mathcal{E}}$, $\Delta \mathcal{V}_{n\eta}^{\mathcal{E}}$ - поправки, учитывающие переносное и кориолисовое ускорения, определяемые в БЦВМ согласно выражения:

$$\begin{cases} \mathcal{V}_{n\xi}^{\mathcal{E}} = -2\mathcal{V}_{n\xi}^{\mathcal{E}}\Omega_3 \sin \xi \cos \eta + \frac{V_{n\xi}}{R} \operatorname{tg} \eta; \\ \mathcal{V}_{n\eta}^{\mathcal{E}} = -2\mathcal{V}_{n\eta}^{\mathcal{E}}\Omega_3 \sin \xi \cos \eta + \frac{V_{n\eta}^2}{R} \operatorname{tg} \eta, \end{cases} \quad (3)$$

где ξ, η - угловые ортодромические координаты местоположения ЛА, (в градусах).

ИНС с произвольной ориентацией осей

ИНС с произвольной ориентацией осей чувствительности акселерометров выдает составляющие абсолютной линейной скорости $V_{a\xi}$ и $V_{a\eta}$ вдоль горизонтальных осей платформы и гироскопический курс ЛА.

$$\begin{cases} V_{a\xi}(t) = \int_0^t a_{\xi}(t) dt; \\ V_{a\eta} = \int_0^t a_{\eta}(t) dt. \end{cases} \quad (4)$$

Выражения (4) справедливы при отсутствии ошибок акселерометров, гироскопов, платформ, формы Земли и так далее.

Характеристики некоторых ИНС приведены в табл. 1.

Аэрометрические ПНК

Аэрометрические приборы обеспечивают автономный непрерывный процесс измерения аэрометрических параметров с целью обеспечения заданных режимов пилотирования и навигации. Существует большое разнообразие аэрометрических приборов – высотометров, корректоров высоты, измерителей $V_{ист}$, $V_{верт}$, $V_{пр}$, числа M , вариометров и так далее. Однако наиболее рациональным считается получение большого числа параметров в рамках единой системы, необходимых как для работы системы индикации, так и для работы САУ. Примерами таких систем являются системы типа ЦВС (централи скорости и высоты), системы СВС (система воздушных сигналов), ИКВСП (информационные комплексы высотно-скоростных параметров).

При вычислении параметров движения, поскольку в полете температура не может быть измерена из-за нагрева приемника, то ее вычисляют по формуле:

$$T = \frac{T_T}{1 + 0,2M^2}$$

где T_T - температура полного торможения воздушного потока (измеряется датчиком типа П-69).

$$M = \sqrt{\frac{2}{K-1} \left[\left(\frac{P_\partial}{P_n} + 1 \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]} = f_M \frac{P_\partial}{P_n} - \text{число Маха,}$$

где $K = 1,4$ постоянная адиабаты;

P_∂, P_n - динамическое и статическое давление.

Таблица 1

Тип ИНС	Метод выставки	Время выставки	Погрешность (σ)			
			Координаты за 1 час полета	Скорость за 1 час полета	Углы крена и тангажа	Курс
МИС-45	ОП	30	7 км	3 м/с	6'	15'
	ДП	50				
	ЗК	15				
И-11	ОП	30	3 км		2'	
	ДП	70				
	ЗК	15				
ИС-1-72А	ГК	20	5 км	3 м/с	(3-4)'	
	МГК	5				
	ОПТ	3				
АН/АНР-185 (США, В-1А)			1,85 км			
АН/АНР-109 (США, F-15)		10				

Скорость $V = aM = M\sqrt{KRT} = K_R\sqrt{T_T} f_V(M)$, $a = \sqrt{KRT}$ - скорость звука;

$f_V = \frac{M}{1 + 0,2M^2}$ - функция, формируемая схемой вычисления числа M .

Приборную скорость $V_{np} = f(P_\partial)$ получают как функцию $P_{динамическое}$. Абсолютная барометрическая высота $H_{абс}$ вычисляется по геометрической формуле

$$H_{абс} = \frac{T_0}{\tau} \left[1 - \left(\frac{R_H}{P_0} \right)^{R\tau} \right],$$

$T_0 = 15^0 C$ температура на уровне моря; $\tau = 6,5 \cdot 10^{-3}$ град/м - температурный градиент; $P_0 = 101,3 \text{ кПа} (760 \text{ мм рт.ст.})$.

Относительная барометрическая высота $H_{отн}$ вычисляется как:

$$H_{отн} = H_{абс} - H_{абс.зад},$$

$H_{абс.зад} = f(P_3)$ - абсолютная баровысота заданной точки на поверхности Земли с давлением P_3 .

Таким образом, для вычисления всех выходных величин достаточно измерять только три входные величины: P_H , P_∂ и температуру торможения T_T . Динамическое давление $P_\partial = P_n - P_H$, то есть вычитают из полного P_n давление статическое $P_H = P_{ст}$.

Принцип построения электромеханических СВС приведен на рис. 4.

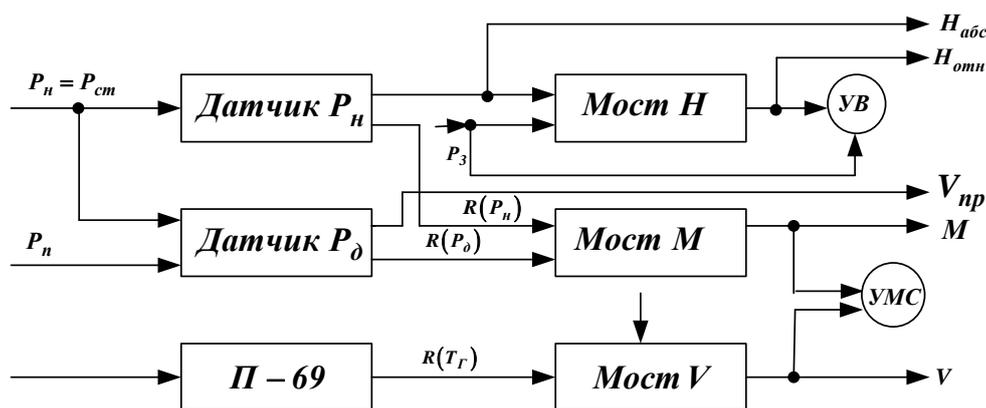


Рисунок 4

Параметры H , V , M вычисляются при помощи 3-х потенциометрических мостов. $УВ$ - индикатор высоты; $УМС$ - универсальный индикатор скорости V и числа M . Величина P_3 вводится для получения $H_{отн}$.

Примененные мостовые схемы имеют следующие системы-двигатели, усилители, нелинейные элементы.

В более развитых СВС типа СВС-НП-5 применяются масштабные усилители, умножители, делители, функциональные преобразователи, реализующие кусочно-линейную аппроксимацию и так далее. Операции умножения иногда заменяются сложением при предварительной логарифмической обработке входных зависимостей. В цифровых СВС типа СВС-2Ц все параметры выдаются с повышенной точностью из-за применения специальных вычислителей.

ЛЕКЦИЯ №3

ОСНОВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В ПНК

Основными задачами ПНК с точки зрения источника информационного обеспечения ЛА является:

- обобщенная обработка навигационной информации, которая поступает на борт ЛА;
- обеспечение высокой надежности функционирования бортовых систем и комплексов ЛА, и в итоге безопасность полета, за счет резервирования источников информации.

К основным методам обработки информации в ПНК относятся оптимальная фильтрация и оптимальное управление, реализуемые в современных ПНК. Наилучших результатов повышения качественных характеристик измерительных комплексов достигается в системах со структурной избыточностью, и применением методов комплексирования.

В современных ПНК широкое распространение получили такие способы суммарной обработки однородной информации, которая поступает от нескольких измерителей:

- взаимная компенсация и фильтрация ошибок измерительных приборов, измеряющих один и тот же параметр;
- оптимальная оценка вектора состояния с использованием априорной информации о контролируемом процессе и текущие измерения, которые реализуют алгоритм оптимальной фильтрации Калмана.

Схема компенсации

Предположим, один и тот же навигационный параметр измеряется двумя или несколькими измерителями, выполненными на различных физических принципах. Тогда алгоритм компенсации, позволяющий снизить погрешность измерения данного навигационного параметра, может быть реализован согласно схеме:

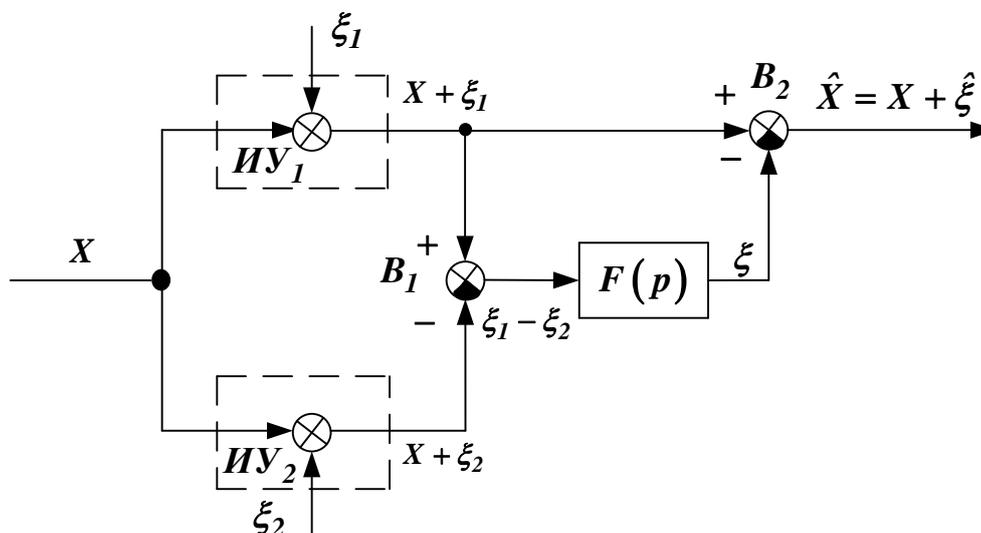


Рисунок 1

Сигналы измерительных устройств $ИУ_1$, и $ИУ_2$ кроме измеряемой величины X содержат в себе сигналы ошибок ξ_1 , ξ_2 и поступают на вход вычитателя B_1 . На входе B_1 формируется сигнал

$$\xi = (X - \xi_1) - (X + \xi_2) = \xi_1 - \xi_2.$$

Сигнал ξ пропускается через динамический фильтр $F(p)$ и поступает на вход вычитателя B_2 , на выходе которого имеем

$$\hat{X} = X + \xi_1 - F(p)[\xi_1 - \xi_2]$$

или

$$\hat{X} = X + [1 - F(p)]\xi_1 + F(p)\xi_2 = X + \hat{\xi},$$

где $[1 - F(p)]\xi_1 + F(p)\xi_2$ - ошибка комплексной системы.

Обычно фильтр низких частот в простейшем случае представляет собой апериодическое звено:

$$F(p) = \frac{1}{TP + 1}, \quad (1)$$

где T - постоянная времени.

Передаточная функция фильтра высоких частот

$$[1 - F(p)] = \frac{TP}{TP + 1} \quad (2)$$

практически представляет собой реальное дифференцирующее звено.

С учетом передаточных функций фильтров (1) и (2) исходная схема (рис.1) для получения $\hat{X} = X + \xi_1$ представлена на рис. 2.

Учитывая прогнозируемый характер спектральных характеристик ξ_1 и ξ_2 - спектральных плотностей $S_{\xi_1}(\omega)$ и $S_{\xi_2}(\omega)$ (рис. 3), можно показать графики спектральных характеристик сигналов ошибок ξ_1^* и ξ_2^* в виде дисперсий ошибок $D(\xi_1^*)$ и $D(\xi_2^*)$, полученных в результате прохождения сигналов через соответствующие фильтры с амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ) $[1 - F(j\omega)]$ и $F(j\omega)$.

$$D(\xi_1) = \sigma_{\xi_1}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\xi_1}(\omega) d\omega; \quad (3)$$

$$D(\xi_2) = \sigma_{\xi_2}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\xi_2}(\omega) d\omega, \quad (4)$$

где σ_{ξ_1} , σ_{ξ_2} - среднеквадратические ошибки выходных сигналов.

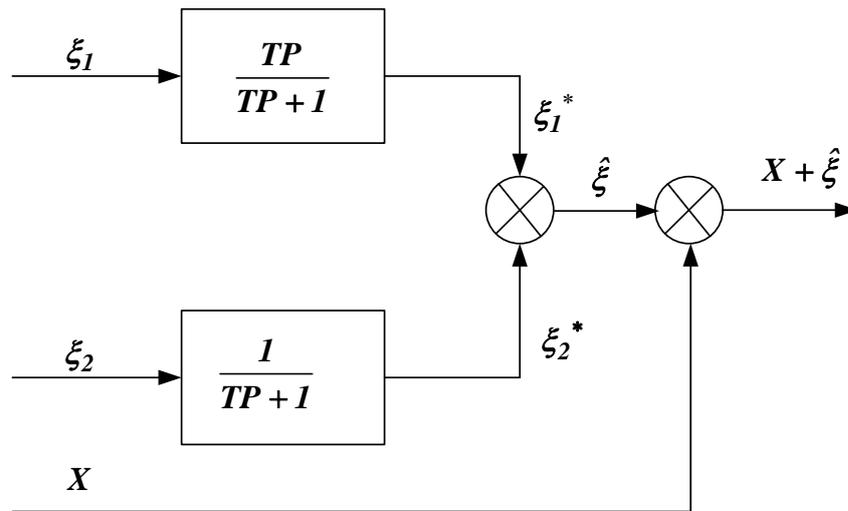


Рисунок 2

Спектральная плотность $S(\omega)$ для функции $x = z(t)$ определяется с помощью соотношения Хинчина-Винера.

$$S(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{x_x}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_{x_x}(\tau) \cos \omega\tau d\tau,$$

где $R_{x_x} = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega = 2 \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cos \omega\tau d\tau.$

В свою очередь функция $X = \xi(t) = A_1 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(\omega_k t + \alpha_k) + v(t).$

Если $X(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1)$, то $R_{x_x}(\tau) = \frac{1}{2} A_1^2 \cos \omega_1 \tau_1.$

Дисперсия ошибки системы при реализации способа компенсации имеет вид:

$$\sigma_{\xi}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ [1 - F(j\omega)]^2 S_{\xi_1}(\omega) + [F(j\omega)]^2 S_{\xi_2}(\omega) \right\} d\omega. \quad (5)$$

На основании рис. 3 можно сделать вывод о том, что дисперсия ошибки системы тем меньше, чем больше отличаются частотой спектральные плотности ошибок входных сигналов. Таким образом, задача комплексирования двух измерителей состоит в выборе такой частотной характеристики фильтра $F(j\omega)$, чтобы после суммирования сигналов (см. рис. 2), параметр на выходе схемы $\hat{X} = X + \hat{\xi}$ был близок к измеряемому параметру $X(t).$

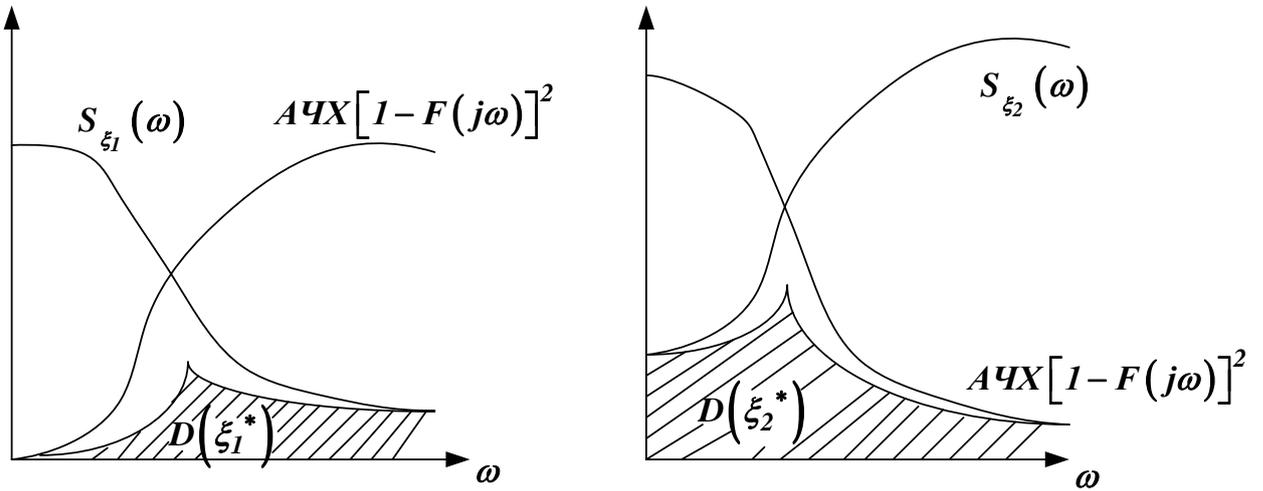


Рисунок 3

Схему компенсации можно реализовать, используя схему с обратной связью (рис. 4). Уравнение ошибок в этом случае эквивалентно полученным ранее для схемы компенсации без обратной связи (см. рис. 1).

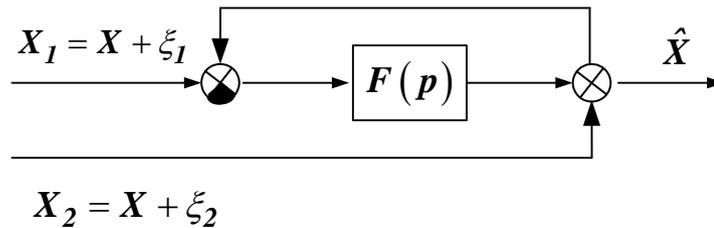


Рисунок 4

Для схемы компенсации, изображенной на рис. 4 можно записать:

$$\hat{X} = [(X + \xi_1) - \hat{X}]F(p) + X + \xi_2, \quad (6)$$

откуда имеем

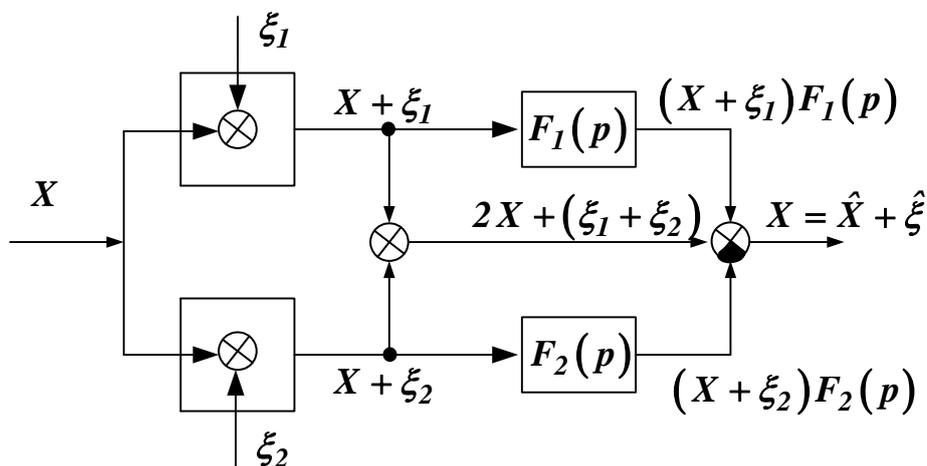
$$\hat{X} = X + \frac{F(p)}{1+F(p)}\xi_1 + \frac{1}{1+F(p)}\xi_2 = X + \hat{\xi}, \quad (7)$$

где

$$\hat{\xi} = \frac{F(p)}{1+F(p)}\xi_1 + \frac{1}{1+F(p)}\xi_2. \quad (8)$$

Если $F(p) = TP$, то уравнение ошибок полностью совпадает.

Пусть ξ_1 - низкочастотная помеха, ξ_2 - высокочастотная помеха.



Низкочастотный фильтр - $F_1 = \frac{1}{TP + 1}$;

Высокочастотный фильтр - $F_2 = \frac{TP}{TP + 1}$.

$$\begin{aligned}
 X &= [2X + (\xi_1 + \xi_2)] - [(X + \xi_1)F_1(p)] - [(X + \xi_2)F_2(p)] = \\
 &= 2X + \xi_1 - \xi_1 F_1(p) - XF_1(p) - XF_2(p) + \xi_2 - \xi_2 F_2(p) = \\
 &= 2X - [F_1(p) + F_2(p)]X + [1 - F_1(p)]\xi_1 + [1 - F_2(p)]\xi_2 = \\
 &\left\{ \begin{aligned}
 F_1(p) + F_2(p) &= \frac{1}{TP + 1} + \frac{TP}{TP + 1} = \frac{TP + 1}{TP + 1} = 1 \\
 1 - F_1(p) &= 1 - \frac{1}{TP + 1} = \frac{TP + 1 - 1}{TP + 1} = \frac{TP}{TP + 1} = F_2(p) \\
 1 - F_2(p) &= 1 - \frac{TP}{TP + 1} = \frac{TP + 1 - TP}{TP + 1} = \frac{1}{TP + 1} = F_1(p)
 \end{aligned} \right\} = \\
 &= \hat{X} + F_2(p)\xi_1 + F_1(p)\xi_2 = \hat{X} + \hat{\xi},
 \end{aligned}$$

где $\hat{\xi} = F_2(p)\xi_1 + F_1(p)\xi_2$, то есть в данном случае динамические фильтры не пропускают соответственно на выход высокочастотную помеху ξ_2 , то есть она не может пройти через низкочастотный динамический фильтр $F_1(p)$ и наоборот фильтр $F_2(p)$ не пропускает низкочастотную составляющую помеху ξ_1 .

Схема фильтрации

Схема фильтрации в случае, когда один и тот же параметр измеряется двумя измерителями, имеет вид, представленный на рис. 5.

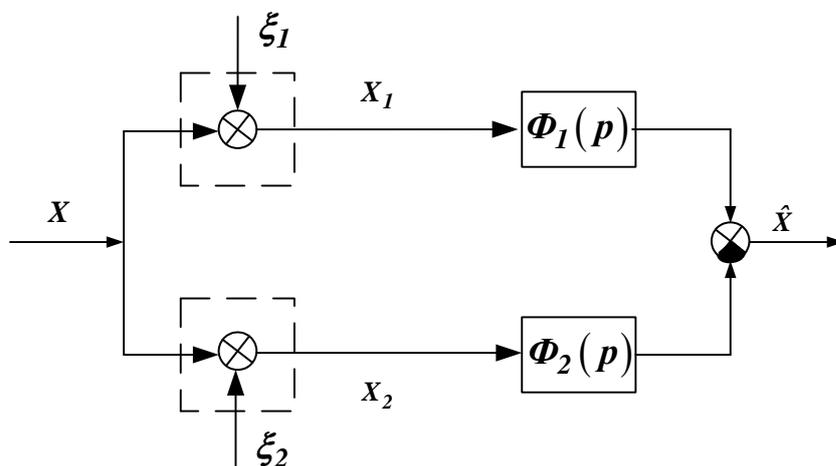


Рисунок 5

Сигнал на выходе такой системы описывается уравнением:

$$\hat{X} = \Phi_1(p)(X + \xi_1) + \Phi_2(p)(X + \xi_2) \quad (9)$$

или

$$\hat{X} = [\Phi_1(p) + \Phi_2(p)]X + \Phi_1(p)\xi_1 + \Phi_2(p)\xi_2. \quad (10)$$

Для того, чтобы система не вносила динамических ошибок, необходимо выполнять условие:

$$\Phi_1(p) + \Phi_2(p) = 1. \quad (11)$$

В этом случае выходной сигнал имеет вид

$$\hat{X} = X + [1 - \Phi_2(p)]\xi_1 + \Phi_2(p)\xi_2 = X + \hat{\xi}, \quad (12)$$

где $\hat{\xi} = [1 - \Phi_2(p)]\xi_1 + \Phi_2(p)\xi_2$.

Таким образом, при $\Phi_2(p) = F(p)$ выражение (12) превращается в выражение (1), что свидетельствует об эквивалентности схем компенсации и фильтрации.

Пример.

Рассмотрим параметрический синтез комплексной системы измерения высоты, которая использует сигнал от радиовысотомера и баровысотомера.

Радиовысотомер имеет стационарную флуктуационную ошибку $\xi_{PB} = \xi_{PB}^\Phi$, описываемую корреляционной функцией:

$$K_{\xi_{PB}}(\tau) = \sigma_{PB}^2 e^{-\alpha_{PB}|\tau|}. \quad (13)$$

Барометрический высотомер кроме стационарной флуктуационной составляющей ошибки ξ_{BB}^Φ , которая описывается корреляционной функцией

$$K_{\xi_{BB}}(\tau) = \sigma_{BB}^2 e^{-\alpha_{BB}|\tau|}, \quad (14)$$

имеют регуляторную нестационарную составляющую

$$\xi_{BB}^P = \lambda_0, \quad (15)$$

где λ_0 - центрированная случайная величина с заданной дисперсией $D[\lambda_0]$.

Таким образом

$$\xi_{BB} = \xi_{BB}^\Phi + \xi_{BB}^P. \quad (16)$$

Спектр флуктуационной ошибки радиовысотомера значительно шире спектра аналогичной ошибки баровысотомера ($\alpha_{PB} \gg \alpha_{BB}$), поэтому для реализации комплексной системы измерения высоты рационально выбрать схему с фильтром сигнала равной разнице сигналов на низкой частоте, то есть обработку информации измерителей осуществлять согласно схеме компенсации, изображенной на рис. 6.

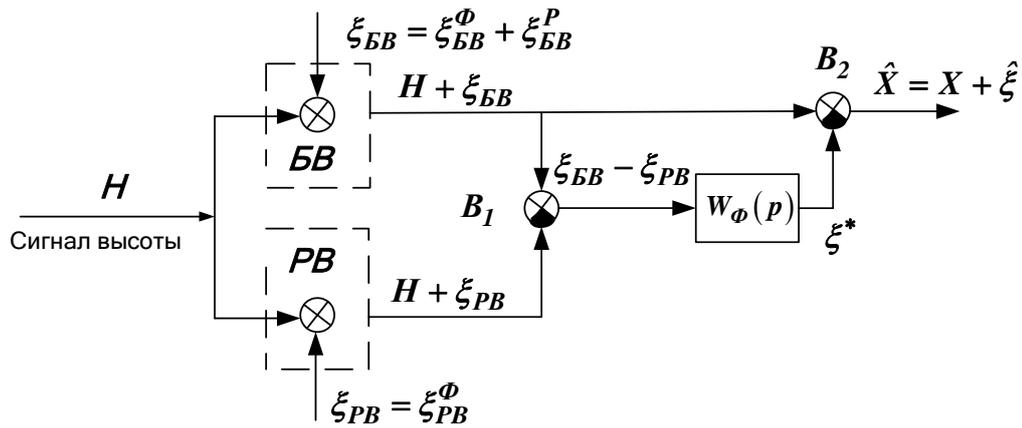


Рисунок 6

Вид передаточной функции фильтра, с целью выделения регуляторной составляющей ошибки баровысотомера, определяется из условий обеспечения астатизма первого порядка, то есть:

$$W_\Phi(p) = \frac{1}{1+TP}, \quad (17)$$

где постоянная времени T определяется из условий минимизации среднеквадратической ошибки комплексной системы.

В данном случае параметрическую минимизацию удобнее проводить в частотной области. Переходя к спектральным характеристикам ошибок, имеет выражение для спектральной плотности PB :

$$S_{\xi_{PB}}(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{PB}^2 e^{-\alpha_{PB}^2 |\tau|} \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{\sigma_{PB}^2 \alpha_{PB}}{\pi(\alpha_{PB}^2 + \omega^2)}, \quad (18)$$

аналогично спектральная плотность **БВ**:

$$S_{\xi_{BB}}(\omega) = \frac{\sigma_{BB}^2 \alpha_{BB}}{\pi(\alpha_{BB}^2 + \omega^2)}. \quad (19)$$

С учетом того, что $\alpha_{PB} \gg \alpha_{BB}$, спектр ошибки радиовысотомера в полосе пропускания фильтра низких частот практически постоянный и равняется значению спектральной плотности при $\omega = 0$.

$$S_{\xi_{PB}}(\omega) = S_{\xi_{PB}}(0) = \frac{\sigma_{PB}^2}{\alpha_{PB}\pi}. \quad (20)$$

Таким образом, ошибку радиовысотомера можно считать белым шумом.

Составляющие ошибки комплексной системы $D_i[\varepsilon]$ с учетом ошибок отдельных измерителей имеет вид

$$D_i[\varepsilon] = \sum_{i=1}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |W_i(j\omega)|^2 S_{\varepsilon_i}(\omega) d\omega, \quad i = \overline{1, n}, \quad (n = 2). \quad (21)$$

Передаточная функция фильтра для сигнала ξ_{BB} равна $[1 - W_\Phi(p)]$, и в таком случае автоматически выполняются условия инвариантности при будь каких параметрах фильтра $W_\Phi(p)$. Соответственно дисперсии ошибок **БВ** и **РВ** в соответствии с формулой (21) имеем

$$D_1[\varepsilon] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_{PB}^2}{\alpha_{PB}\pi} \left| \frac{1}{1 + j\omega T} \right|^2 d\omega = \frac{\sigma_{PB}^2}{\alpha_{PB}T}; \quad (22)$$

$$D_2[\varepsilon] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_{BB}^2 \alpha_{BB}}{\pi(\alpha_{BB}^2 + \omega^2)} \left| 1 - \frac{1}{1 + j\omega T} \right|^2 d\omega = \frac{\sigma_{BB}^2 \alpha_{BB} T}{\alpha_{BB} T + 1}. \quad (23)$$

Дисперсия ошибки комплексной системы с учетом независимости ошибок измерителей определяется как

$$D_\Sigma[\varepsilon] = \sum_{i=1}^2 D_i[\varepsilon] = \frac{\sigma_{PB}^2}{\alpha_{PB}T} + \frac{\sigma_{BB}^2 \alpha_{BB} T}{\alpha_{BB} T + 1}. \quad (24)$$

Выражение (24) является целевой функцией, которую необходимо минимизировать относительно параметра T . Ограничением на параметр T есть только его позитивность.

Обозначим:

$$\alpha_{BB}T = z; \quad \frac{\sigma_{BB}^2 \alpha_{PB}}{\sigma_{PB}^2 \alpha_{BB}} = m^2. \quad (25)$$

Тогда с учетом (25) выражение (24) представим как:

$$D_{\Sigma}[\varepsilon] = \sigma_{BB}^2 \left(\frac{1}{m^2 z} + \frac{z}{1+z} \right) = \psi(z), \quad z > 0. \quad (26)$$

Минимум функции $\psi(z)$ определяется из условия

$$\frac{d\psi(z)}{dz} = 0, \quad \frac{d^2\psi(z)}{dz^2} > 0. \quad (27)$$

После дифференцирования (26) и приравнивания $\frac{d\psi(z)}{dz} = 0$ имеем квадратичное уравнение

$$z^2(m^2 - 1) - 2z - 1 = 0,$$

откуда

$$z_1 = \frac{1}{m-1}; \quad z_2 = \frac{-1}{m+1}.$$

Значение z_2 не удовлетворяет условию $z > 0$, то есть позитивности z . При $m > 1$, z_1 также > 0 , что выполняется, так как σ_{BB}^2 и σ_{PB}^2 имеют один порядок, а $\alpha_{PB} \neq \alpha_{BB}$. Таким образом, решением (27) является z_1 .

Исследуя условия для $\frac{d^2\psi(z)}{dz^2} > 0$, получим

$$\left. \frac{d^2\psi(z)}{dz^2} > 0 \right|_{z=\frac{1}{m-1}} = \frac{2\sigma_{BB}^2}{m^2} (m-1)^3 \left(1 - \frac{1}{m} \right) > 0,$$

то есть $z_{opt} = \alpha_{BB}T_{opt} = \frac{1}{m-1}$, действительно определяет минимум функции $\psi(z)$, заданной формулой (26).

Оптимальное значение постоянной времени T_{opt} определяется в виде

$$T_{omn} = \frac{1}{\alpha_{BB}(m-1)}.$$

ЛЕКЦИЯ №4

АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ ПИЛОТАЖНО-НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЕТА

Текущие значения параметров движения ЛА в пространстве в целях повышения их точности рассчитываются в виде оптимальных с точки зрения среднеквадратических ошибок оценки каждого из параметров.

Для определения таких оценок могут использоваться методы оптимальной обработки информации, а также значения математических ожиданий измерений параметров за несколько циклов вычислений при дискретной обработке информации или использования интеграторов из заданным значением времени интегрирования.

Для навигационных параметров, обладающих избыточностью (структурной или информационной) могут быть применены комплексные методы обработки с применением оптимальных фильтров.

На современных ПНК эти методы применяются наиболее часто для оценки составляющей путевой скорости ЛА в **инерциально-доплеровской системе навигации.**

Возможный вариант построения функциональной схемы таких систем представлен на рис. 1.

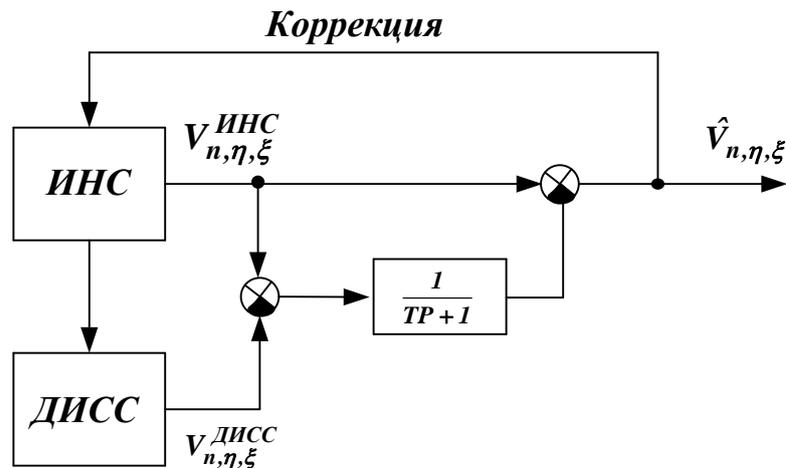


Рисунок 1 Система обработки и оценки путевой скорости системы ИНС-ДИСС

Как видно из рис. 1, в такой системе реализуется алгоритм обработки информации с ДИСС и ИНС по схеме компенсации. При этом полученные в результате комплексной обработки информации значения проекций путевой скорости $\hat{V}_{n,\eta,\xi}$ используются для коррекции инерциальной системы. В свою очередь информация ИНС об углах крена γ , тангажа ϑ и курса ψ , используется в ДИСС для пересчета вектора путевой скорости на оси гироскопической платформы ИНС, то есть для вычисления $V_{n,\eta,\xi}^{ДИСС}$.

Рассмотрим особенности оценки высоты полета.

1. **Различные начала отсчета** у различных измерителей высоты и ее производных (баровысотометр, вариометр) – связаны с изобарической поверх-

ностью районов полета; РВ – с земной поверхностью, вертикальный акселерометр – с полем ускорения.

2. Необходимость для различных условий полетов ЛА измерять различные высоты и их производные.

В связи с этим возникают проблемы комплексирования измерителей высоты из-за расхождения в полетной информации.

В качестве примеров рассмотрим некоторые типовые схемы субоптимальной фильтрации продольного движения.

Оценка вертикальной скорости

$$\hat{V}_H = V_H + \frac{TP^2}{TP+1} \Delta H + \frac{TP}{TP+1} \xi, \quad (1)$$

где \hat{V}_H - оценка вертикальной скорости;

V_H - действительная вертикальная скорость;

ξ - шум акселерометра.

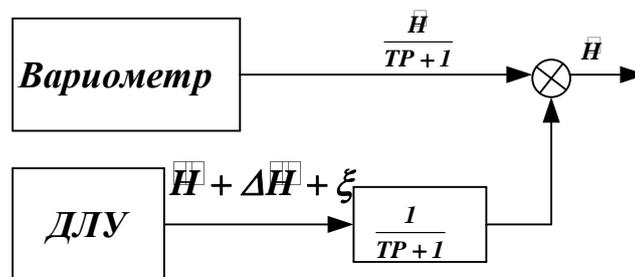


Рисунок 2 Схема комплексирования вариометра и акселерометра линейных ускорений

Схема, представленная на рис. 2, позволяет ликвидировать инерционность вариометра. Ошибка вариометра ΔH незначительна, а шумы ДЛУ фильтруются инерционным звеном. Однако необходимо в данной схеме обеспечить равенство постоянных времени запаздывания вариометра и фильтра в цепи сигнала акселерометра.

Для оценки производной истинной высоты путем дифференцирования сигнала РВ приходится сталкиваться с высоким уровнем высокочастотных шумов. Фильтрация такого сигнала приводит к запаздыванию полезного сигнала, связанного со сменой высоты. В этом случае хорошие результаты можно получить путем комплексирования РВ с вертикальным акселерометром (рис. 3).

Для схемы рис. 3 выходной сигнал в операторной форме имеет вид

$$\hat{V}_i = V_i + \frac{1}{TP+1} \xi_P + \frac{1}{TP+1} \xi_1 + \frac{T}{TP+1} \xi_2, \quad (2)$$

где \hat{V}_i - оценка скорости истинной величины;

- \hat{H}_i - действительная вертикальная скорость;
- \ddot{H}_p - вторая производная высот рельефа местности;
- ξ_1 - шум РВ после дифференцирования;
- ξ_2 - шум акселерометра.

Здесь шумы ξ_1 и ξ_2 интенсивно фильтруются апериодическими звеньями, а наличие в выходном сигнале составляющей \ddot{H}_p можно рассматривать как полезный эффект фильтрации дробной структуры рельефа в сигнале \hat{H}_i .

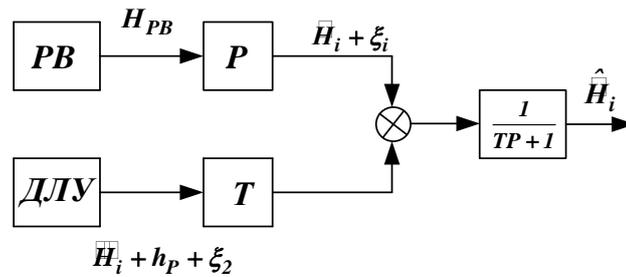


Рисунок 3 Схема комплексирования РВ и ДЛУ

Оценка усредненной истинной высоты

Такая оценка необходима при решении задач управления полетом на малых высотах при посадке, контроле газовых и нефтяных трубопроводов, геологической разведке и так далее. С этой целью рассмотрим схему комплексирования вертикального канала ИНС, радиовысотомера и системы воздушных сигналов типа СВС (рис. 4).

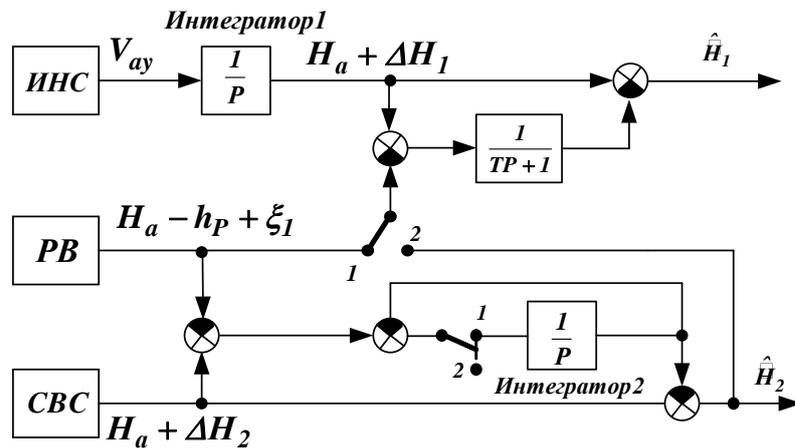


Рисунок 4. Схема комплексирования ИНС, РВ, СВС

Сведем все сигналы в систему отсчета абсолютной высоты:

$$\begin{cases} H_{ИНС} = H_a + \Delta H_1; \\ H_{РВ} = H_a - h_p + \xi_1; \\ H_{СВС} = H_a + \Delta H_2, \end{cases} \quad (3)$$

где $H_{ИНС}$, $H_{РВ}$, $H_{СВС}$ - выходные сигналы соответствующих измерителей;

H_a - истинная абсолютная высота полета;

ΔH_1 и ΔH_2 - ошибки, которые изменяются медленно;

h_p - высота рельефа местности;

ξ_1 - шум РВ.

Схема, представленная на рис. 4, имеет два выхода, сигналы с которых \hat{H}_1 и \hat{H}_2 образуются за счет комплексной обработки информации РВ и ИНС – для \hat{H}_1 и РВ и СВС – для \hat{H}_2 . В операторной форме оценка выходов 1 и 2:

$$\hat{H}_{1,2} = H_a - \frac{1}{TP+1} h_p + \frac{TP}{TP+1} \Delta H_{1,2} + \frac{1}{TP+1} \xi_1. \quad (4)$$

Согласно (4) оценки H_1 и H_2 - это оценки истинной высоты относительно усредненного рельефа местности, поскольку высота рельефа фильтруется аperiодическим звеном.

Основным выходным сигналом является сигнал \hat{H}_1 . В случае отказа ИНС используется сигнал \hat{H}_2 . При отказе РВ контакты по схеме переключаются в положение 2. На выходе интегратора 2 запоминается усредненная высота рельефа местности (совместно с ошибкой ΔH_2), и сигнал H_2 поступает вместо сигнала РВ в верхнюю часть схемы для компенсации ошибок вертикального канала ИНС. Так обеспечивается высокий уровень функционального резервирования измерителей высоты.

Таким образом, из приведенных выше примеров следует, что во время синтеза комплексной системы измерения параметров движения ЛА важным есть выбор схемы комплексной обработки информации измерителей, а также определение параметров комплексной системы (коэффициентов усиления, постоянных времени и так далее).

Определение координат местоположения ЛА

Для решения навигационных задач принимается модель движения центра масс ЛА в прямоугольной системе координат:

$$\frac{dx}{dt} = V_{nx}; \quad \frac{dy}{dt} = V_{ny}, \quad (5)$$

где x, y - координаты местоположения ЛА;

V_{nx}, V_{ny} - скорость смены координат в направлении осей X и Y .

Таким образом, текущие координаты местоположения ЛА могут быть получены путем интегрирования (5) при условии $x(0) = x_0$ и $y(0) = y_0$:

$$X = x_0 + \int_0^t V_{nx} dt; \quad Y = y_0 + \int_0^t V_{ny} dt. \quad (6)$$

В том случае, если за навигационную систему координат используется правая ортодромическая система координат, единая для всего района полетов, то уравнение (6) будет иметь вид:

$$\begin{cases} X = X_0 + \int_0^t V_{nx} dt = X_0 + \int_0^t V_n \cos \psi_{opt} dt; \\ Y = Y_0 + \int_0^t \frac{V_{ny}}{\cos \frac{x}{R}} dt = Y_0 + \int_0^t \frac{V_n}{\cos \frac{x}{R}} \sin \psi_{opt} dt, \end{cases} \quad (7)$$

где ψ_{opt} - ортодромический курс ЛА;

R - радиус Земли.

Реализация модели (5) осуществляется в ПНК при помощи ВЧУ (аналогового или цифрового). В остальных случаях решаются такие уравнения:

$$X_i = X_0 + \sum_{i=1}^n V_{nx_i} \Delta t; Y = Y_0 + \sum_{i=1}^n V_{ny_i} \Delta t$$

или

$$X_i = X_{i-1} + V_{nx_i} \Delta t; Y_i = Y_{i-1} + V_{ny_i} \Delta t, \quad (8)$$

где X_{i-1} и Y_{i-1} - координаты местоположения ЛА на $i-1$ шаге вычислений;

Δt - длительность цикла вычислений ($\Delta t \in [0, 1 \dots 0,5]$)с и зависит от условий полета и типа БЦВМ.

В случае использования для счисления пути геоцентрической системы координат математическая модель движения ЛА, используемая в БЦВМ, имеет вид

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \frac{V_{n\varphi_i}}{R} \cos(\psi_i \Delta t); \lambda_i = \lambda_{i-1} + \frac{V_{n\lambda_i}}{R \cos \varphi_i} \sin(\psi_i \Delta t),$$

где ψ - истинный курс ЛА.

В современных навигационных комплексах используют следующие режимы счисления пути:

- инерциальный;
- инерциально-доплеровский;
- курсо-воздушный.

Основным режимом является инерциальный или инерциально-доплеровский. Курсо-воздушный режим (курс – от КС или ИНС, воздушная скорость – от СВС) рассматривается как резервный.

Уравнения оценки ошибки в определении координаты X местоположения ЛА инерциальным способом имеет вид:

$$\Delta x(t) = \Delta x_0 + \left(\frac{\Delta V_{x_0}}{\omega_{III}} \right) \sin \omega_{III} t + \frac{g \varepsilon_{x_0} + \delta_{a_x}}{\omega_{III}} (1 - \cos \omega_{III} t) + \left(\frac{g \omega_{qx}}{\omega_{III}^3} \right) \cdot (\omega_{III} t - \sin \omega_{III} t),$$

где Δx_0 - начальная ошибка выставки ИНС по координате X;
 ΔV_{x_0} - начальная ошибка выставки ИНС по скорости;
 ε_{x_0} - начальная ошибка выставки гиросплатформы ИНС;
 δ_{a_x} - ошибка измерения ускорения ЛА акселерометра;
 ω_{qx} - угловая скорость дрейфа гиросплатформы;
 g - ускорение свободного падения;
 $\omega_{Ш}$ - частота Шулера.

Аналогичное уравнение оценки ошибки определения координаты У. Таким образом, в общем случае ошибка в определении координат местоположения ЛА с помощью ИНС состоит из 4-х составляющих:

- 1-я – постоянной;
- 2-я – колебательная с периодом Шулера;
- 3-я – колебательная с периодом Шулера;
- 4-я – увеличивающаяся со временем и моделируемая колебаниями с периодом Шулера.

Если преимущества ИНС очевидны – высокая помехозащищенность, автономность, то система ИНС-ДИСС имеет некоторые недостатки.

Современные ДИСС обеспечивают высокую точность измерения проекции скорости полета в направлении излучения ($\sigma_{V_{\Pi}} = [0,1...0,2]\%V_{\Pi}$). Но сохранение такой точности задача чрезвычайно сложная из-за пересчета измеренных составляющих путевой скорости по оси системы координат счисления пути. Рассмотрим схему алгоритма такого пересчета.

ДИСС имеет 3 или 4 измерительных луча, ориентированных под фиксированными углами δ_i относительно плоскости антенной системы. Доплеровские частоты $F_{qi}, i = \overline{1,4}$ совместно с информацией о характере отражающей поверхности (поправка $\Delta x_{0\Pi}$) является выходными сигналами ДИСС, согласно которым в БЦВМ осуществляется вычисление составляющих скорости ЛА в проекциях на оси системы координат, связанной с антенной системой ДИСС, то есть $V_{na1}, V_{na2}, V_{na3}$ (рис. 5).

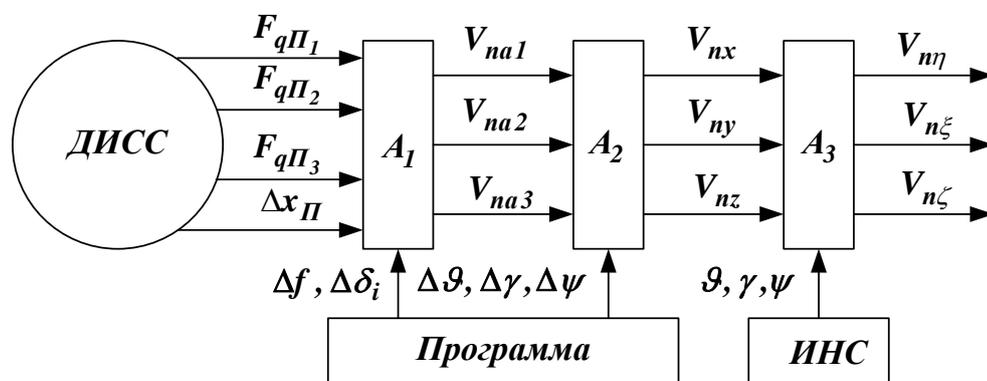


Рисунок 5 Система пересчета составляющих скоростей с ДИСС в составляющие систему координат ИНС

Здесь: f - частота передатчика;

δ_i - углы установки лучей;

A_1 - алгоритм учета погрешностей ДИСС;

A_2 - алгоритмы пересчета составляющих путевой скорости на оси, связанные с корпусом гироплатформы ИНС;

$\Delta\vartheta, \Delta\gamma, \Delta\psi$ - ошибки взаимной ориентации ДИСС и ИНС;

A_3 - алгоритм пересчета скоростей от связанной системой координат с корпусом гироплатформы в составляющие путевой скорости, например, относительно инерциальной или стартовой системы координат;

ϑ, γ, ψ - углы, измеряемые ИНС.

Современные ДИСС измеряют путевую скорость в диапазоне 150...2500 км/час, угол сноса $\delta = \pm 30^\circ$ и на высотах 15...20000 м. Заметим, что при маневрировании, наборах высоты, крена и тангажа $5...10^\circ$ точности измерения V_{ni} и δ низкие.

Как упоминалось, **резервной системой является курсо-воздушная система счисления координат местоположения ЛА.**

Составляющие путевой скорости ЛА V_{nx} и V_{ny} в случае воздушного счисления и правой ортодромической системы координат (рис. 6) могут быть определены так:

$$V_{nx} = V \sin \psi_{opt} + W \sin \delta_0; V_{ny} = V \cos \psi_{opt} + W \cos \delta_0$$

где V - воздушная скорость ЛА (измеряется системой СВС);

ψ_{opt} - ортодромический курс ЛА (измеряется курсовой системой);

W - скорость ветра;

δ_0 ортодромическое направление ветра.

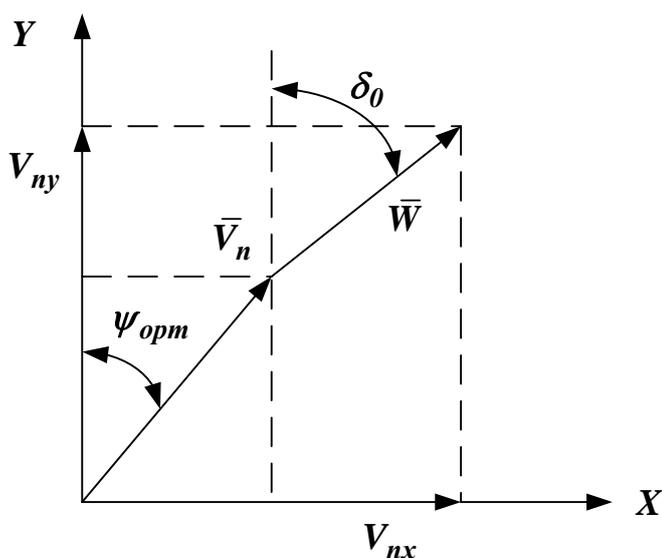


Рисунок 6

Характерные значения точности счисления пути для различных режимов работы ПНК, которые, как правило, приводятся в виде линейных зависимостей среднеквадратичного отклонения (СКО) круговой ошибки от пройденного пути S или времени полета t , то есть $\sigma_r = K_S S$ или $\sigma_r = K_t t$ приведены в табл.1.

Таблица 1

Режимы счисления		Ошибка (СКО)
Курсо-воздушный		$\sigma_r \in [2...10]\%S$
Инерциально-доплеровский		$\sigma_r \in [0,2...0,5]\%S$
Инерциальные	Грубые ИНС	$\sigma_r = 10 \text{ км} / 1 \text{ час полета}$
	Средний класс ИНС	$\sigma_r \in [3...5] \text{ км} / 1 \text{ час полета}$
	Прецизионные ИНС	$\sigma_r \in [0,2...0,5] \text{ км} / 1 \text{ час полета}$

ЛЕКЦИЯ №5

АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ СОГЛАСНО МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Метод наименьших квадратов применяется для получения оценок обработки накопленных измерений. В том случае, если выполнено m измерений координат X (параметров) системы

$$\mathcal{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)V_x(t), \quad (1)$$

то поскольку компоненты вектора наблюдения

$$Y(t) = H(t)X(t) \quad (2)$$

измеряются с ошибками, то, как следствие измерений получают новый вектор, то есть вектор измерений

$$Z(t) = Y(t) + V_z(t). \quad (3)$$

В выражениях (1) ... (3) обозначены:

$\mathcal{X}(t)$ - n -мерный вектор состояния системы;

$A(t)$ - квадратичная матрица коэффициентов системы размерности $n \ n$;

$B(t)$ - матрица возмущений, размерности $m \ k$;

$V_x(t)$ - k -мерный вектор возмущений, действующих на входе динамической системы;

$H(t)$ - матрица связи (наблюдений);

$Z(t)$ - вектор измерений.

Таким образом, согласно вектору измерений Z и заданной матрице наблюдения H требуется наилучшим образом оценить состояние вектора X . Критерием такой оценки согласно метода наименьших квадратов служит функционал:

$$J = \sum_{i=1}^m V_{zi}^T V_{zi}, \quad (4)$$

который минимизирует сумму квадратов ошибок измерения V_{zi} .

В матричном виде критерий (4) имеет вид:

$$J = \begin{vmatrix} V_{z1} \\ V_{z2} \\ \dots \\ V_{zm} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_{z1} \\ V_{z2} \\ \dots \\ V_{zm} \end{vmatrix} \quad (5)$$

или, учитывая, что $Z = HX + V_z$ запишется так

$$J = (Z - HX)^T (Z - HX). \quad (6)$$

Оценка вектора состояния \hat{X} системы \mathfrak{K} можно получить путем решения уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d}{dX} (V^T V) &= V^T \frac{dV}{dX} + V \frac{dV^T}{dX} = \frac{d}{dX} (Z - HX)^T (Z - HX) = \\ &= (Z - HX)^T H + (Z - HX) H^T, \end{aligned} \quad (7)$$

применяя которое к (6), получим:

$$H^T (Z - H\hat{X}) + (Z - H\hat{X})^T H = 0. \quad (8)$$

Выражение (8) принимает значение, равное нулю в том случае, когда согласные равны нулю:

$$H^T (Z - H\hat{X}) = 0 \text{ и } (Z - H\hat{X})^T H = 0. \quad (9)$$

Из выражения

$$H^T (Z - H\hat{X}) = 0 \quad (10)$$

следует

$$H^T Z - H^T H \hat{X} = 0,$$

откуда

$$\hat{X} = (H^T H)^{-1} H^T Z. \quad (11)$$

Теперь сформируем необходимые и достаточные условия получения оптимальных оценок \hat{X} вектора состояния системы X методом наименьших квадратов, который предусматривает:

- наличие накопления наблюдений $Z_i, i = 1, \overline{m}$;
- значение матрицы наблюдения H ;
- неособенность матрицы $H^T H$, то есть $|H^T H| \neq 0$.

Структурная схема получения оптимальных оценок методом наименьших квадратов может быть представлена в виде (рис. 1).

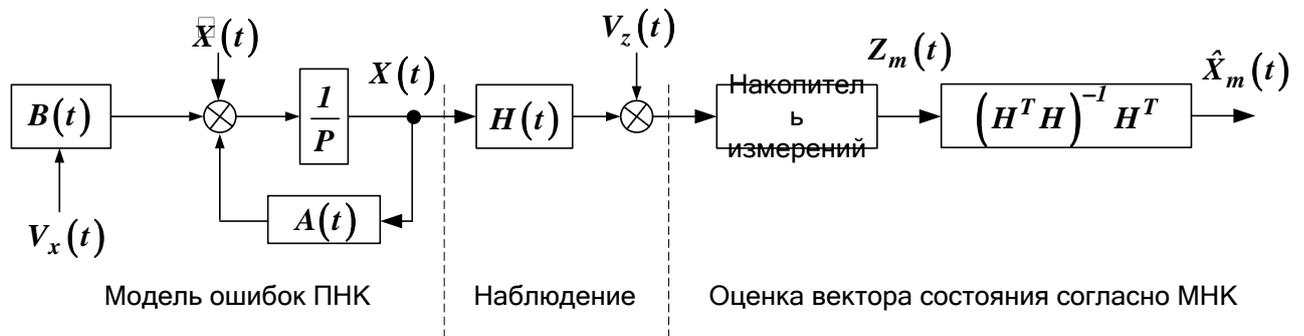


Рисунок 1

Получение оценки \hat{X} связано с накоплением наблюдений Z_m , вследствие чего новая оценка параметра не совпадает по времени с его текущим значением из-за необходимости времени на накопление наблюдений. Поэтому алгоритм МНК для оценки X используют в случае измерения одного и того же параметра несколькими датчиками.

Рассмотрим пример использования МНК для оценки пилотажно-навигационных параметров полета.

Пример.

Рассмотрим систему измерения углового положения ЛА с использованием МНК. В данной системе на основе информации от трех идентичных ИНС вычисляется угол крена ЛА. Показания первой, второй и третьей ИНС соответственно равны:

$$\begin{cases} Z_1 = \gamma + \xi_1; \\ Z_2 = \gamma + \xi_2; \\ Z_3 = \gamma + \xi_3, \end{cases} \quad (1)$$

где γ - текущее значение угла крена;

ξ_1, ξ_2, ξ_3 - ошибки ИНС (компоненты вектора V_Z).

В матричной форме (1) имеет вид

$$Z = HX + V_Z, \quad (2)$$

где $Z = |Z_1 Z_2 Z_3|^T$; $H = |1 1 1|^T$; $X = \gamma$; $V_Z = |\xi_1 \xi_2 \xi_3|^T$.

Итак, необходимо в соответствии с наблюдением Z и заданную матрицу наблюдения H осуществить оценку состояния вектора X .

Оценкой угла крена согласно МНК является:

$$\hat{X} = (H^T H)^{-1} H^T Z, \quad (3)$$

где а) $H^T H = |1 1 1| \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} = 1 + 1 + 1 = 3$;

$$\text{б) } (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} = \frac{1}{3};$$

$$\text{в) } (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T = \frac{1}{3} (1 \ 1 \ 1) = \left| \begin{array}{ccc} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{array} \right|.$$

Полученные значения подставим в (3):

$$\hat{X} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Z} = \left| \begin{array}{ccc} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{array} \right| \begin{array}{c} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{array} = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{3} = \gamma + \frac{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3}{3}.$$

Таким образом, в данном случае значение крена определяется как среднее арифметическое показаний трех инерциальных систем.

Алгоритм оценки согласно метода максимума правдоподобия (ММП)

Алгоритм оценки согласно ММП как и алгоритм оценки согласно МНК требует накопления измерений, то есть наличия вектора наблюдения. При этом предполагается, что ошибки измерений распределены согласно нормальному закону. Тогда плотность распределения вероятности вектора V_{Zm} (возмущения) имеет вид:

$$P(V_{Zm}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |\mathbf{R}_Z|}} \exp \left[-\frac{1}{2} V_{Zm}^T \mathbf{R}_Z^{-1} V_{Zm} \right], \quad (12)$$

где \mathbf{R}_Z - корреляционная матрица ошибок измерения;

$|\mathbf{R}_Z|$ - определитель матрицы \mathbf{R}_Z .

Использование алгоритма ММП предусматривает наличие не особой матрицы \mathbf{R}_Z , то есть $|\mathbf{R}_Z| \neq 0$.

Так как $Z_m = \mathbf{H}X_m + V_{Zm}$, то отсюда

$$V_{Zm} = Z_m - \mathbf{H}X_m \quad (13)$$

и после подстановки (13) в (12), получим функцию правдоподобия $\psi(X)$:

$$\psi(X) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |\mathbf{R}_Z|}} \exp \left[-\frac{1}{2} (Z_m - \mathbf{H}X_m)^T \mathbf{R}_Z^{-1} (Z_m - \mathbf{H}X_m) \right], \quad (14)$$

где $\psi(X)$ - функция правдоподобия.

Функция $\psi(X)$ представляет собой плотность распределения ошибок измерения.

Необходимо выбрать такую оценку \hat{X}_m , при которой функция правдоподобия $\psi(X)$ преобразуется в максимум, который соответствует минимуму квадратов отклонений измеряемых координат вектора X от их действительного значения, для чего необходимо, чтобы

$$\frac{\partial \psi}{\partial X} = 0.$$

На практике более рационально вычисление не самой функции правдоподобия, а ее логарифма, то есть:

$$Ln\psi(X) = Ln \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R_Z|}} \exp - \frac{1}{2} (Z_m - HX_m)^T R_Z^{-1} (Z_m - HX_m). \quad (15)$$

Найдя производную уравнения (15) по компонентам вектора X_m и приравняв полученный результат нулю, получим

$$\frac{1}{2} H^T R_Z^{-1} (Z_m - H\hat{X}_m) + \frac{1}{2} H R_Z^{-1} (Z_m - H\hat{X}_m)^T = 0 \quad (16)$$

Как видно из (16) одно слагаемое есть транспонированным выражением другого, поэтому достаточно приравнять нулю, например первое слагаемое:

$$H^T R_Z^{-1} (Z_m - H\hat{X}_m) = 0,$$

откуда

$$\hat{X}_m = (H^T R_Z^{-1} H)^{-1} H^T R_Z^{-1} Z_m. \quad (17)$$

Выражение (17) является исходным для разработки алгоритма оптимальной оценки вектора состояния системы измерений согласно метода максимума правдоподобия. Таким образом, для определения данных оценок, прежде всего необходимо:

- осуществить накопления наблюдений $-Z_m$;
- определить корреляционную матрицу R_Z ошибок измерений;
- определить матрицу связи наблюдения H .

Структурная схема получения оптимальных оценок согласно метода ММП показана на рис. 2.

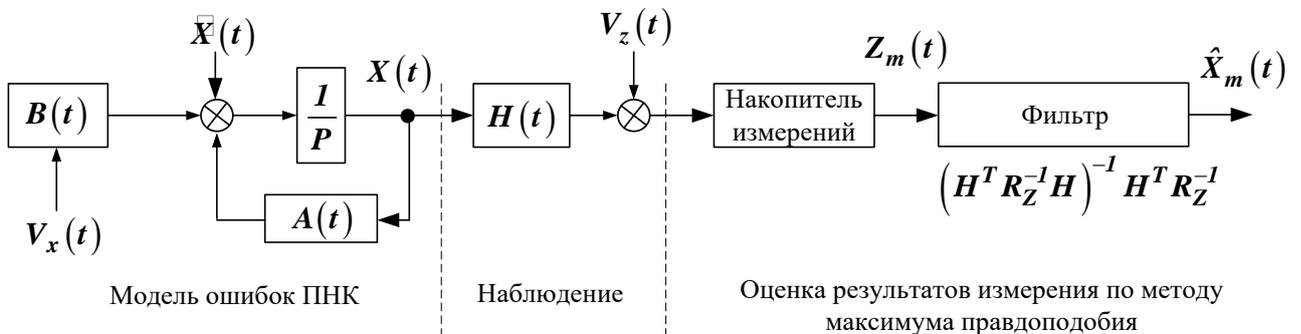


Рисунок 2

Как и для алгоритма по МНК при получении оценки вектора состояния, \hat{X}_m так и согласно ММП необходимо осуществлять накопление результатов измерений Z_m . В связи с этим и в этом случае метод ММП пригоден при усло-

вии измерения одного и того же параметра несколькими системами в одни и те же моменты времени.

Пример.

Географическая широта ЛА φ измеряется с помощью ИНС и астроориентатора (звездно-солнечного) ЗСО, ошибки ИНС и ЗСО некоррелированы. Согласно паспортным данным дисперсии ошибок ИНС и ЗСО составляют:

$$\sigma_{\text{ИНС}}^2 = (6')^2, \quad \sigma_{\text{ЗСО}}^2 = (3')^2.$$

Требуется осуществить оценку определения широты φ используя метод максимального правдоподобия при условии, что показания ИНС на данный момент времени составляют $50^{\circ}24'$, а показания ЗСО соответственно $50^{\circ}30'$.

Решение. Оценка параметра φ методом ММП может быть осуществлена в соответствии с выражением (17),

$$\begin{aligned} \text{где } H &= \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}; \quad R_Z = \begin{vmatrix} \sigma_{\text{ИНС}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{ЗСО}}^2 \end{vmatrix}; \quad Z = \begin{vmatrix} Z_{\text{ИНС}} \\ Z_{\text{ЗСО}} \end{vmatrix}; \\ H^T R_Z^{-1} &= |1 \quad 1| \cdot \begin{vmatrix} \frac{1}{\sigma_{\text{ИНС}}^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \sigma_{\text{ИНС}}^2 & \sigma_{\text{ЗСО}}^2 \end{vmatrix}; \\ H^T R_Z^{-1} H &= \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \sigma_{\text{ИНС}}^2 & \sigma_{\text{ЗСО}}^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \sigma_{\text{ИНС}}^2 & \sigma_{\text{ЗСО}}^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2 \\ \sigma_{\text{ЗСО}}^2 \cdot \sigma_{\text{ИНС}}^2 \end{vmatrix}; \\ (H^T R_Z^{-1} H)^{-1} &= \begin{vmatrix} \sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2 \\ \sigma_{\text{ЗСО}}^2 \cdot \sigma_{\text{ИНС}}^2 \end{vmatrix}^{-1} = \frac{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 \cdot \sigma_{\text{ИНС}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2}; \\ (H^T R_Z^{-1} H)^{-1} H^T &= \begin{vmatrix} \sigma_{\text{ЗСО}}^2 \cdot \sigma_{\text{ИНС}}^2 \\ \sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2 \end{vmatrix} \cdot |1 \quad 1| = \begin{vmatrix} \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2 \cdot \sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} & \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2 \cdot \sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} \\ \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2 \cdot \sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} & \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2 \cdot \sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} \end{vmatrix}; \\ (H^T R_Z^{-1} H)^{-1} H^T R_Z^{-1} &= \begin{vmatrix} \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2 \cdot \sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} & \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2 \cdot \sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} \\ \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2 \cdot \sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} & \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2 \cdot \sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{1}{\sigma_{\text{ИНС}}^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2} \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} \frac{\sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} & \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} \\ \frac{\sigma_{\text{ЗСО}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} & \frac{\sigma_{\text{ИНС}}^2}{\sigma_{\text{ЗСО}}^2 + \sigma_{\text{ИНС}}^2} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Таким образом, оценка координат φ по результатам измерений ИНС и ЗСО

$$\hat{\phi} = \left(H^T R_Z^{-1} H \right)^{-1} H^T R_Z^{-1} Z = \left(H^T R_Z^{-1} H \right)^{-1} H^T R_Z^{-1} \begin{vmatrix} Z_{ИНС} \\ Z_{3CO} \end{vmatrix}.$$

После подстановки численных значений имеем:

$$\begin{aligned} \hat{\phi} &= \frac{\sigma_{3CO}^2}{\sigma_{3CO}^2 + \sigma_{ИНС}^2} Z_{ИНС} + \frac{\sigma_{ИНС}^2}{\sigma_{3CO}^2 + \sigma_{ИНС}^2} Z_{3CO} = \\ &= \frac{3'}{6' + 3'} \cdot 50^0 24' + \frac{6'}{6' + 3'} 50^0 30' = 50^0 28' \end{aligned}$$

ЛЕКЦИЯ №6

РЕКУРРЕНТНЫЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Рекуррентный метод обработки информации (РМОИ) позволяет получить оценку параметра после каждого испытания. Чтобы это пояснить, считаем, что выполнено m измерений параметров X , то есть:

$$Z_i = X + v_{zi}; \quad i = \overline{1, m},$$

где X - измеряемый параметр;

v_{zi} - ошибка i -го наблюдения (измерения).

По результатам оценки измеряемого параметра X_m во время проведения m наблюдения примем

$$\hat{X}_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Z_i. \quad (1)$$

Тогда на очередном шаге ($i + 1$) шаге измерения значение оценки

$$\hat{X}_{m+1} = \frac{\left(\sum_{i=1}^m Z_i \right) + Z_{m+1}}{m+1} = \frac{m}{m+1} \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Z_i \right) + \frac{1}{m+1} Z_{m+1} \quad (2)$$

или

$$\hat{X}_{m+1} = \frac{m}{m+1} \hat{X}_m + \frac{1}{m+1} Z_{m+1},$$

где Z_{m+1} - последнее ($m + 1$)-е наблюдение.

В правую часть (2) прибавим и отнимем \hat{X}_m :

$$\begin{aligned} \hat{X}_{m+1} &= \hat{X}_m + \left(\frac{m}{m+1} - 1 \right) \hat{X}_m + \frac{1}{m+1} Z_{m+1} = \hat{X}_m - \frac{1}{m+1} \hat{X}_m + \frac{1}{m+1} Z_{m+1} = \\ &= \hat{X}_m + \frac{1}{m+1} (Z_{m+1} - \hat{X}_m) \end{aligned}$$

Обозначим $k = \frac{1}{m+1}$,

где k - коэффициент веса.

Тогда окончательно имеем:

$$\hat{X}_{m+1} = \hat{X}_m + k (Z_{m+1} - \hat{X}_m). \quad (3)$$

Таким образом, оценку \hat{X}_{m+1} можно получить на основании предшествующей оценки \hat{X}_m путем сложения ее с разницей между новым наблюдением Z_{m+1} и

предшествующей оценкой, умноженной на коэффициент веса k . В этом случае нет необходимости сохранения m наблюдений, полученных на предыдущих шагах измерения, поскольку вся предшествующая информация объединена в априорной оценке \hat{X}_m .

Математическая модель рекуррентного метода обработки информации приведена на рис. 1.

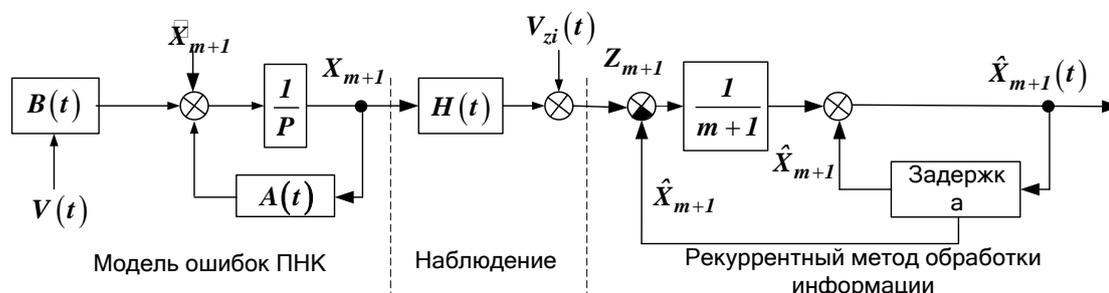


Рисунок 1.

Рекуррентный алгоритм (3) связывает текущее значение оценки \hat{X}_{m+1} с ее предшествующим значением \hat{X}_m .

Разница $(Z_{m+1} - \hat{X}_m)$ становится показателем качества или ценности информации, какую получают на шаге наблюдения $m+1$ при получении Z_{m+1} . Действительно, если разница $(Z_{m+1} - \hat{X}_m) \approx 0$, то значение Z_{m+1} не несет новой информации по сравнению с априорной, то есть $\hat{X}_m = \hat{X}_{m+1}$.

При $Z_{m+1} \neq \hat{X}_m$ с учетом весового коэффициента k можно получить существенное уточнение оценки \hat{X}_m , полученный на предыдущем шаге.

Недостатком этого метода есть то, что коэффициент веса $k = \frac{1}{m+1}$ получен без использования критерия оптимальности и потому оценка \hat{X}_{m+1} является не оптимальной.

Пример применения рекуррентного способа.

Пусть имеются следующие результаты измерений

№ измерения	1	2	3	4	5	6
Результат измерения	1,00	1,01	1,05	1,03	1,02	1,04

Оценим результаты измерений после 5 и 6 измерений, используя оценку в виде математического ожидания

а) для 5 измерений:

$$\hat{X}_5 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 X_i = (1,00 + 1,01 + 1,05 + 1,03 + 1,02) = \frac{5,11}{5} = 1,022$$

б) для 6 измерений 6 измерений:

$$\hat{X}_6 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 X_i = (1.00 + 1.01 + 1.05 + 1.03 + 1.02 + 1.04) = \frac{6.15}{6} = 1.025 \text{ (А)}$$

Дадим оценку 6-го измерения по рекуррентному методу:

$$\hat{X}_6 = \hat{X}_5 + K(\hat{X}_6 - \hat{X}_5),$$

где коэффициент веса $K = \frac{1}{m+1} = \frac{1}{5+6} = \frac{1}{6}$.

Следовательно:

$$\hat{X}_6 = 1.022 + \frac{1}{6}(1.04 - 1.022) = 1.022 + \frac{0.018}{6} = 1.022 + 0.003 = 1.025 \text{ (Б)}.$$

Таким образом оценки по формулам (А) и (Б) совпадают.

АЛГОРИТМ НЕПРЕРЫВНОГО ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

Алгоритм непрерывного оптимального фильтра Калмана (ОФК) объединяет решение двух задач: наблюдения и фильтрации. Принцип построения ОФК рассмотрим для случая линейной системы, описываемой уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)V_x(t); \\ Z(t) = H(t)X(t) + V_z(t), \end{cases} \quad (4)$$

где

$X(t)$ - n -мерный вектор состояния системы;

$A(t)$ - квадратичная матрица коэффициентов системы размерности $n \times n$;

$B(t)$ - матрица возмущений;

$V_x(t)$ - k -мерный вектор возмущения;

$H(t)$ - матрица связи (матрица наблюдений);

$V_z(t)$ - вектор ошибок измерений $m \times n$.

При этом ставится задача: найти такие оценки \hat{X} , чтобы ошибка оценки были минимальными, что соответствует необходимости обеспечения минимума суммы диагональных элементов матрицы

$$\Delta(t) = X(t) - \hat{X}(t) \quad (5)$$

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} \dots & P_{nn} \end{bmatrix} = M \left[\Delta(t) \Delta^T(t) \right], \quad (6)$$

где $P(t)$ - так называемая квадратичная матрица;

$P_{ii} = D_i = \sigma_i^2$ - диагональные элементы матрицы характеризуют дисперсии ошибок оценки совпадающих координат X_i ;

P_{ij} - элементы матрицы, характеризующие взаимную корреляцию фазовых координат X_i .

Известно, что для динамической системы (4) оптимальным фильтром, который обеспечивает минимум следа матрицы P обеспечивает алгоритм, состоящий из 3-х блоков:

1. Основного блока

$$\hat{X}(t) = A(t)\hat{X}(t) + K_{\Phi}(t)[Z(t) - H(t)\hat{X}(t)]; \quad (7)$$

2. Блока вычисления коэффициентов коррекции

$$K_{\Phi}(t) = P(t)H^T(t)R_Z^{-1}(t); \quad (8)$$

3. Блока решения уравнения ковариации

$$\dot{P}(t) = A(t)P(t) + P(t)A^T(t) - P(t)H^T(t)R_Z^{-1}(t)H(t)P(t) + B(t)R_X B^T(t). \quad (9)$$

Данный алгоритм обеспечивает оценку всех координат вектора X при выполнении условий наблюдаемости динамической системы. Особенности данного алгоритма заключаются в выборе коэффициентов матрицы K_{Φ} . Выходные значения оценки $\hat{X}(0)$ определяются на основании предварительной информации о координатах вектора X . Ковариационную матрицу текущих ошибок оценки $P(t)$ необходимо вычислять постоянно в процессе оценивания или предварительно (априорно), если есть такая возможность.

Содержание уравнения ковариации, согласно которому вычисляется матрица $P(t)$, поясняется так:

- если модель динамической системы идеально точно, то реальные ошибки оценки для фильтра, построенного в соответствии с этим уравнением, будут совпадать с ковариациями $P(t)$ и при этом они будут минимальными. Таким образом, оптимальность фильтра будет достигнута только в случае точного описания структуры модели системы и правильно выбранных параметров: A, B, H, R_X, R_Z .

Вот почему во время синтеза системы оценивания особое внимание уделяют процессу разработки математических моделей измерителей и исследуемой системы.

Рассмотрим физический смысл отдельных элементов ОФК.

а) В уравнении ковариации (9) член $A(t)P(t) + P(t)A^T(t)$ характеризует смену ошибки в результате собственного движения системы. Для устойчивой системы элементы матрицы $A(t)$ ($a_{ij} < 0$), что означает уменьшение скорости смены дисперсий ошибок оценки совпадающих координат ($P_{ii} < 0$) и приводит к

уменьшению ошибок, поскольку l устойчивой системе и $X(t) \rightarrow 0$ и $\hat{X}(t) \rightarrow 0$, то есть начальная неопределенность со временем уменьшается.

б) Множитель $P(t)H^T(t)R_Z^{-1}(t)H(t)P(t)$ характеризует эффект коррекции оценок от измерителей и всегда определяет $\mathcal{P}_{ii} < 0$, то есть указывает на уменьшение ошибок оценивания.

в) Множитель $B(t)R_X B^T(t)$ характеризует величину неопределенности контролируемого процесса и всегда выражает, что $\mathcal{P}_{ii} > 0$, а следовательно, ошибки оценивания не могут быть полностью сведены до нуля.

Заметим, что поскольку уравнение ковариаций (9) автономно и не связано с реальными измерениями $Z(t)$, то его решение может быть выполнено отдельно от основного алгоритма фильтра и даже задолго. Перед решением уравнения ковариаций необходимо оценить и задать начальное значение $P(0)$ на основе анализа точности информации о координатах вектора $X(t)$ и начальные значения оценки $\hat{X}(0)$, которая существует до включения фильтра. На практике обычно ограничиваются заданием главной диагонали $\mathcal{P}_{ii} < 0$, то есть исходными дисперсиями ошибок оценивания, считая, что $\mathcal{P}_{ij} = 0, (i \neq j)$.

Со временем процесс решения уравнения ковариаций (рис. 2) приходит к установившемуся значению $P_{уст}$, при которой, выполняется равенство:

$$P_{уст} H^T R_Z^{-1} H P_{уст} = A P_{уст} + P_{уст} A^T + B R_X B^T$$

Со временем процесс решения уравнения ковариаций (рис. 2) приходит к установившемуся значению $P_{уст}$, при которой, выполняется равенство:

$$P_{уст} H^T R_Z^{-1} H P_{уст} = A P_{уст} + P_{уст} A^T + B R_X B^T$$

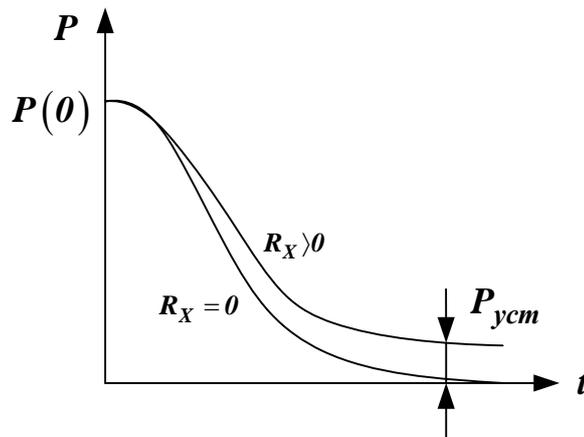


Рисунок 2

Задача оценки параметров заключается в нахождении компромисса при фильтрации помехи, спектр которой определен R_Z и полезным сигналом,

спектр которого определен R_X , с учетом динамических характеристик процесса, то есть матрицей коэффициентов системы ЛА.

Заметим, что для устойчивой и детерминированной системы, то есть при отсутствии случайных возмущений ($R_X = 0$), всегда $\hat{X}_i \rightarrow 0$, а $\lim_{x \rightarrow \infty} P_{ycm} = 0$.

Таким образом, со временем ошибка в оценивании стремится к нулю. При этом шумы измерителей не влияют на ошибку оценивания, поскольку сами измерители отключаются от схемы фильтра при $P(0)$, и как следствие соответственно от уравнения коэффициентов коррекции K_Φ .

Во время синтеза фильтров этот эффект необходимо учитывать и до возмущения, что действует на ЛА, а так же учитывать и возможные неточности задания моделей процесса и измерения управления.

В уравнении коэффициентов коррекции (8) матрица K_Φ имеет вид:

$$K_\Phi = \begin{bmatrix} K_{\Phi 11} & K_{\Phi 12} & \dots & K_{\Phi 1m} \\ K_{\Phi 21} & K_{\Phi 22} & \dots & K_{\Phi 2m} \\ M & M & M & M \\ K_{\Phi_n 1} & K_{\Phi_n 2} & \dots & K_{\Phi_n m} \end{bmatrix}$$

Элементы этой матрицы $K_{\Phi_{ij}}$ характеризует связь сигнала измерителя Z_j с оценкой координаты \hat{X}_i . Матрица наблюдений H^T в уравнении коэффициентов коррекции определяет такой факт: если координата X_i не берет участие в формировании сигнала Z_j , то коэффициент $K_{\Phi_{ij}} = 0$. Между коэффициентами $K_{\Phi_{ij}}$ и P_{ij} соответственно к уравнению коррекции существует прямая зависимость, что свидетельствует о том, что усиление коррекции оценок осуществляется сильнее в тех координатах, у которых больше предвидены ошибки оценивания, а противоположная зависимость коэффициентов $K_{\Phi_{ij}}$ и $R_{Z_{ij}}$ (в уравнении коррекции $K_\Phi = f(R_Z^{-1})$) определяет более значимые сигналы коррекции от более точных измерителей.

Как вывод изобразим структурную схему алгоритма ОФК, который соответствует выше приведенным уравнениям (рис. 3).

Заметим, что поскольку при вычислении K_Φ необходимо вычислить обратную матрицу R_Z^{-1} , то не для одного из измерителей нельзя задавать $R_{Z_{ij}} = 0$, а если такой измеритель существует, то необходимо искусственно задать незначительную величину $R_{Z_{ij}}$.

Пример.

Применим ОФК к совместной обработке информации о продольной составляющей путевой скорости ЛА, то есть V_x , которая измеряется ИНС и

ДИСС. Необходимо построить структурную схему ОФК и выбрать коэффициенты ОФК, которые обеспечат получение оптимальной оценки V_x .

С целью упрощения задачи допустим, что контролируемый процесс описывается уравнением $\dot{\mathbf{x}} = \xi_V$, то есть матрица коэффициентов системы $A = 0$. В качестве возмущения ξ_V принимаем белый шум со спектральной плотностью R_V .

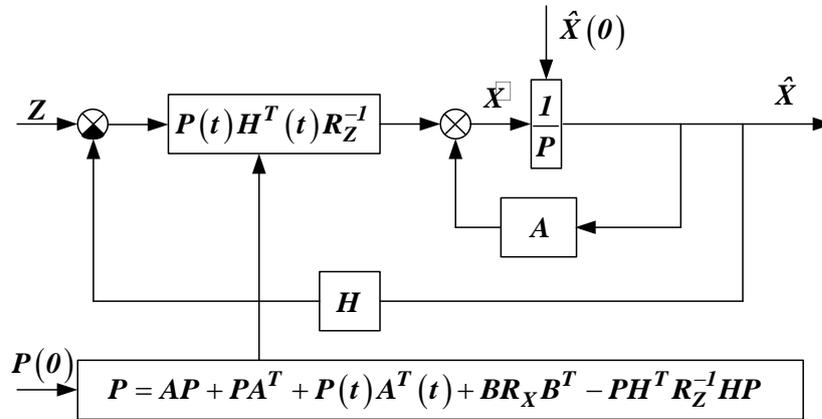


Рисунок 3

Результаты измерений таковы:

$Z_1 = V_x + \xi_1$ - измерение при помощи ИНС;

$Z_2 = V_x + \xi_2$ - измерение при помощи ДИСС,

где ξ_1 и ξ_2 - ошибки измерителей со спектральными плотностями R_{Z1} и R_{Z2} соответственно.

Определим матрицу коэффициентов K_Φ для установившегося режима оценивания, то есть при $P = 0$. Тогда с учетом выше приведенных замечаний уравнения ОФК будут иметь вид:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = K_\Phi (Z - H\hat{\mathbf{x}});$$

$$K_\Phi = PH^T R_Z^{-1};$$

$$PH^T R_Z^{-1} HP = R_{V\&};$$

где $K_\Phi = \begin{vmatrix} K_{\Phi_1} & K_{\Phi_2} \end{vmatrix}$; $H = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$; $R_Z^{-1} = \begin{vmatrix} R_{Z_1}^{-1} & 0 \\ 0 & R_{Z_2}^{-1} \end{vmatrix}$; $Z = \begin{vmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{vmatrix}$.

Ковариационное уравнение в этом случае имеет вид:

$$P \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} R_{Z_1}^{-1} & 0 \\ 0 & R_{Z_2}^{-1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} P = R_V.$$

В скалярном виде получим:

$$P_{11}^2 \frac{R_{Z_1} + R_{Z_2}}{R_{Z_1} R_{Z_2}} = R_V.$$

Обозначим $(R_{Z_1} R_{Z_2})(R_{Z_1} + R_{Z_2})^{-1} = R_{Z_\Sigma}$ и найдем дисперсию ошибок оценивания как

$$P_{11} = R_{Z_\Sigma} \sqrt{R_V (R_{Z_\Sigma})^{-1}} = C R_{Z_\Sigma},$$

где $C = \sqrt{R_V (R_{Z_\Sigma})^{-1}}$.

Запишем выражение для коэффициентов коррекции

$$K_\Phi = |K_{\Phi_1} K_{\Phi_2}| = P \begin{vmatrix} 1 & R_{Z_1}^{-1} & 0 \\ 1 & 0 & R_{Z_2}^{-1} \end{vmatrix},$$

или в скалярной форме

$$K_{\Phi_1} = \frac{P_{11}}{R_{Z_1}} = \frac{C R_{Z_\Sigma}}{R_{Z_1}} = K_1 C;$$

$$K_{\Phi_2} = \frac{P_{11}}{R_{Z_2}} = \frac{C R_{Z_\Sigma}}{R_{Z_2}} = K_2 C,$$

где $K_1 = \frac{R_{Z_\Sigma}}{R_{Z_1}}$; $K_2 = \frac{R_{Z_\Sigma}}{R_{Z_2}}$

На рис. 4 показана структурная схема получения оценки для данного примера. Коэффициенты K_1 и K_2 отвечают оптимальным значениям, какие получают на этапе предварительного комплексирования измерителей. Поскольку сумма коэффициентов $K_1 + K_2 = 1$, то схема фильтра, представленная на рис. 4 может быть преобразована в виде рис. 5.

Таким образом, для данной задачи показана возможность предварительного комплексирования измерителей без нарушения оптимального фильтра. Но для получения оптимальной оценки недостаточно просто использовать выход комплексного измерителя Z_Σ , а необходим дополнительный фильтр в виде апериодического звена с постоянной времени. Оптимальный фильтр, учитывая характеристики контролируемого процесса, минимизирует ошибку оценивания.

$$T = \frac{1}{C} = \sqrt{\frac{S_{Z_\Sigma}}{S_{Z_2}}}.$$

Оптимальный фильтр, учитывая характеристики контролируемого процесса, минимизирует ошибку оценивания.

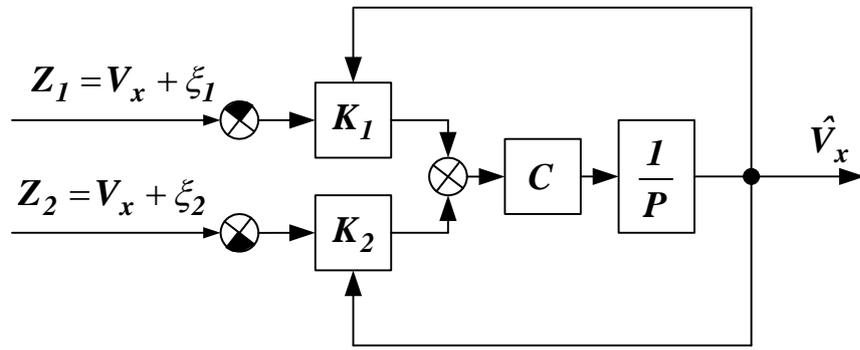


Рисунок 4

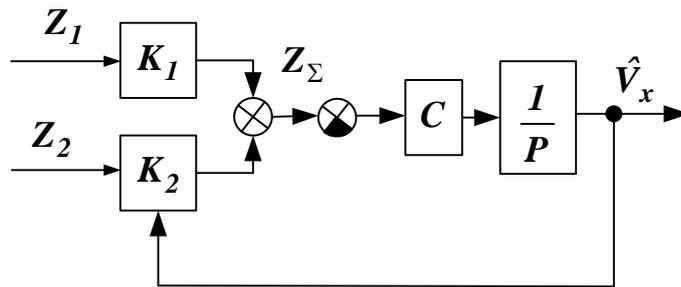


Рисунок 5

ЛЕКЦИЯ №7

БЕСПЛАТФОРМЕННЫЕ ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ (БИНС)

1. Принцип работы и основные унифицированные схемы БИНС

• высокая информативность и универсальность, то есть при помощи ИНС определяется вся совокупность пилотажно-навигационных параметров, необходимых для управления ЛА;

- полная автономность функционирования;
- высокая помехозащищенность;
- возможность высокоскоростной выдачи информации (до 100 Гц и выше);

Кроме того, по отношению к платформенным ИНС БИНС имеет следующие потенциальные преимущества:

- меньшие размеры, массу и энергоемкость;
- повышенную надежность из-за отсутствия сложной механики;
- отсутствие ограничений по углам разворота;
- сокращение времени начальной выставки;
- универсальность системы, поскольку переход к определению тех или иных параметров навигации осуществляется алгоритмически;
- упрощение решения задач резервирования и контроля работоспособности системы и ее элементов.

В основе принципа функционирования ИНС лежит использование законов Ньютона для определения координат, проекции скорости и угловой ориентации объекта.

Согласно 2-му закону Ньютона:

• вектор абсолютного ускорения центра масс материального тела может быть выражен через вектор равнодействующих всех приложенных к телу сил F и массу этого тела m :

$$a = \frac{F}{m}. \quad (1)$$

Представим силу F в виде 2-х составляющих:

$F_{акт}$ - негравитационных или активных (сил тяги, аэродинамических, управляющих);

G сил гравитационного воздействия.

$$a = \frac{F_{акт} + G}{m}. \quad (2)$$

Отношение

$$\frac{F_{акт}}{m} = n$$

определяет кажущееся ускорение, а отношение

$$\frac{G}{m} = g_{zp}$$

определяет гравитационное ускорение и зависит от геопотенциала в данной точке, величина которого является функцией геоцентрического радиус-вектора местоположения.

Абсолютное ускорение объекта выражается через вторую производную геоцентрического радиус-вектора местоположения \mathbf{R} :

$$\mathbf{a} = \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2}. \quad (3)$$

Подставим (3) в (2), получим основное уравнение инерциальной навигации:

$$\frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = \mathbf{n} + \mathbf{g}_{zp}(\mathbf{R}). \quad (4)$$

Здесь вектор кажущегося ускорения \mathbf{n} может быть измерен тремя ортогонально расположенными акселерометрами, гравитационное ускорение $\mathbf{g}_{zp}(\mathbf{R})$ задается в виде известной функции от радиуса-вектора \mathbf{R} для конкретной модели фигуры Земли.

Представим уравнение (4) в форме Коши:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{n} + \mathbf{g}_{zp}(\mathbf{R}); \\ \frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{V}, \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{n} + \mathbf{g}_{zp}(\mathbf{R}); \\ \frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{V}, \end{array} \right. \quad (6)$$

где \mathbf{V} - вектор абсолютной скорости движения ЛА.

Если система координат вращается с угловой скоростью Ω , то

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\overset{\circ}{d}\mathbf{V}}{dt} + \Omega \times \mathbf{V}; \\ \frac{d\mathbf{R}}{dt} = \frac{\overset{\circ}{d}\mathbf{R}}{dt} + \Omega \times \mathbf{R}, \end{array} \right. \quad (7)$$

где $\frac{\overset{\circ}{d}\mathbf{V}}{dt}$ и $\frac{\overset{\circ}{d}\mathbf{R}}{dt}$ - локальные производные от векторов \mathbf{R} и \mathbf{V} , взятые в базе, вращающемся с угловой скоростью Ω .

После подстановки (7) в (5) и (6), получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dt} = -\Omega x V + n + g_{cp}(R), \\ \frac{dR}{dt} = -\Omega x R + V. \end{array} \right. \quad (8)$$

Если определить не вектор абсолютной скорости движения ЛА V , а вектор относительной скорости U , то основное уравнение навигации представим в виде:

$$U = V - uxR, \quad (9)$$

где u - вектор угловой скорости вращения Земли, модуль которого $u = 15,0407$ град/час $= 7,292116 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$;

U - вектор, определяющий скорость движения относительно Земли;

V - вектор абсолютной скорости движения ЛА;

R - вектор положения объекта (геоцентрический радиус-вектор местоположения ЛА).

Подставляя (9) в (5) и (6), запишем основное уравнение инерциальной навигации в форме Коши:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dU}{dt} = -uxU + n + g; \\ \frac{dR}{dt} = uxR + U, \end{array} \right. \quad (10)$$

где $g = g_{cp}(R) - ux(uxR)$ - вектор градиента поля силы тяжести, (при выводе было принято $\frac{dU}{dt} = 0$, так как вектор угловой скорости вращения Земли известен с высокой точностью).

Система (10) позволяет определить местоположение и относительную скорость в инерциальной системе координат. Для получения этой информации во вращающемся базисе необходимо воспользоваться соотношениями (7). При этом

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dU}{dt} + \Omega x U, \quad (11)$$

где $\frac{dU}{dt}$ - локальная производная от вектора U , взятом в базисе, вращающемся с угловой скоростью Ω .

Учитывая выражения (7) и (11), основное уравнение инерциальной навигации можно записать в форме, обеспечивающей вычисление относительной скорости U и местоположения R в системе координат, вращающейся с угловой скоростью Ω :

$$\begin{cases} \frac{dU}{dt} = -(\Omega + u)xU + n + g; \\ \frac{dR}{dt} = (u - \Omega)xR + U. \end{cases} \quad (12)$$

Векторные системы уравнений (5), (6), (8), (10), (12) могут служить основой для синтеза функциональных алгоритмов БИНС различного назначения.

Та или иная векторная форма выбирается для получения скалярного эквивалента функциональных алгоритмов, служащего для разработки численных алгоритмов БИНС.

Скалярный вид основного уравнения ИНС определяется навигационным базисом, то есть базисом, в котором определяются основные навигационные параметры – координаты и проекции скоростей, а также типом ЛА.

Для КЛА, совершающего орбитальное движение, используется решение в инерциальной системе координат уравнений (5), (6). При этом позиционную информацию для БИНС ЛА, движущихся в атмосфере, в том числе БПЛА, наиболее часто используется система координат с базовой плоскостью местного горизонта и определенной ориентацией осей в азимуте. Под ориентацией осей в азимуте понимается возможность их ориентации либо по сторонам света, когда две горизонтальные оси направлены в восточном и северном направлении, либо свободная или полусвободная ориентация, когда горизонтальные оси, первоначально выставленные в определенном направлении, в дальнейшем вращаются с определенной угловой скоростью ($\Omega = 0$ в первом случае и $\Omega = u \sin \varphi$ во втором случае). При этом позиционную информацию определяют широтой, длиной и высотой, измеренной на эллипсоиде Красовского СК-42 или на эллипсоиде международной системы WGS-84 (World Geodetic System 84), скорость определяют на восточную, северную, и вертикальные оси, если в качестве навигационной системы выбрана система с ориентацией осей по сторонам света, или проекциями на оси горизонтального базиса с иной ориентацией. Ориентация при этом определяется углами крена, тангажа и истинного курса. Обобщенные функциональные схемы БИНС приведены на рис. 1 и 2.

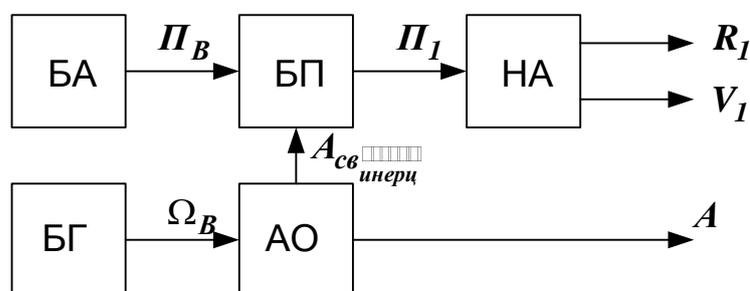


Рисунок 1 Обобщенная блок-схема БИНС, работающая в инерциальной системе координат

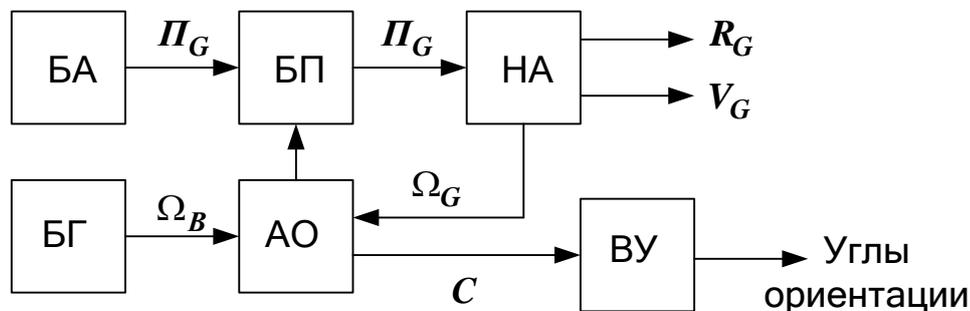


Рисунок 2 Обобщенная блок-схема БИНС, работающая во вращающейся системе координат

Условные обозначения, принятые на рис. 1, 2.

БА – блок акселерометров; БГ – блок гироскопов; БП – блок пересчетов; АО – алгоритм ориентации; НА – навигационный алгоритм; C – матрица направляющих косинусов.

На рис. 1 информация с блока гироскопов (БГ) в виде проекций угловой скорости Ω_B на связанные с ЛА оси используется, а в алгоритме ориентации (АО) для формирования матрицы A направляющих косинусов между связанными с инерциальными осями ($A_{\text{связанные инерци}}$). Данные с блока акселерометра (БА) в виде проекций вектора кажущегося ускорения Π_B на связанные с ЛА в блоке пересчета (БП) пересчитываются к инерциональным осям с использованием полученной матрицы ориентации. Вычисленные проекции кажущегося ускорения на инерциальные оси (вектор Π_I) передаются в блок решения навигационного алгоритма (НА), векторная форма которого задана системой (5) и (6). Выходные параметры БИНС в этом случае представляются инерциальными декартовыми координатами радиус-вектора местоположения $R_I = [X_I, Y_I, Z_I]^T$, проекциями абсолютной скорости движения $V_I = [V_{X_I}, V_{Y_I}, V_{Z_I}]^T$, а также матрицей ориентации ЛА в выбранной инерциальной системе координат A . Естественно, что при необходимости из матрицы ориентации A могут быть получены углы ориентации ЛА относительно осей инерциальной системы координат.

Вторая типовая схема построения БИНС (рис.2) реализует алгоритм системы, работающей во вращающейся (наиболее часто – горизонтальной) системе координат.

Здесь информация с БГ в виде проекции угловой скорости Ω_B на связанные с ЛА оси используется в АО, матрица направляющих косинусов C здесь между связанными с ЛА осями и осями, которые вращаются с угловой скоростью Ω_G . Это приводит к модификации алгоритма ориентации и необходимость реализации в НА проекций вектора Ω_G . Проекция вектора кажущегося ускорения Π_B на связанные с ЛА оси передаются в БП для приведения их к навигационным осям с помощью матрицы C . Вычисленные проекции вектора Π_G передаются в блок решения НА, векторная форма которого задается (8) или (12) в зависимости от вида определенной скорости. На выходе БИНС формируется:

- радиус-вектор местоположения ЛА - R_G ;
- вектор скорости $V_G = [V_{XG}, V_{YG}, V_{ZG}]^T$;
- углы ориентации.

Если в качестве навигационного базиса выбран горизонтальный, ориентированный по сторонам света трехгранник на выходе системе будут сформировать географические координаты:

- радиус-вектора местоположения $R_G = [\varphi, \lambda, h]$;
- проекции относительной скорости движения $U_G = [U_N, U_E, U_Z]$;
- углы ориентации в географической системе координат: истинный курс ψ , тангаж ϑ и крен γ .

Учитывая сказанное, рассмотрим вариант построения алгоритмов БИНС.

Первый алгоритм (рис. 2) соответствует БИНС, работающий с географической системой координат, то есть служит для определения:

- широты - φ ;
- долготы - λ ;
- высоты - h ;
- северной U_N , восточной U_E и вертикальной U_Z проекций относительной скорости;
- углы ориентации - ψ , ϑ и γ .

Такой алгоритм широко используется в БИНС авиационного применения, в том числе и для беспилотных ЛА.

Определим навигационный географический координатный трехгранник $OXYZ$ с ортами i_E, j_N и r , для которого O_Z (орт r) направляет по внешней нормали к поверхности эллипсоида Красовского, ось O_Y (орт j_N) – по меридиану на север, и ось O_X (орт i_E) на восток (рис. 3).

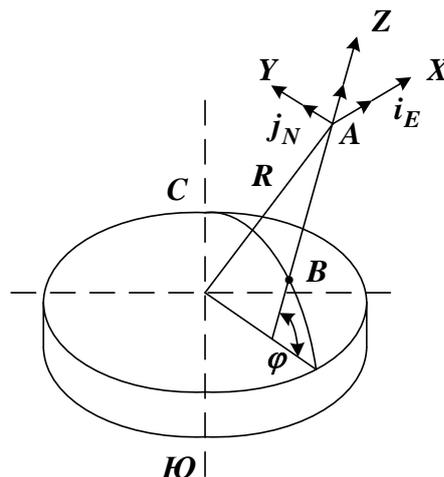


Рисунок 3 Географический навигационный трехгранник

Ниже рассмотрим наиболее общий алгоритм БИНС, определяющей проекции относительной скорости на горизонтальные (северная и восточная проекции) и вертикальные оси, широту, долготу, высоту, углы крена γ , тангажа ϑ и истинного курса ψ .

Алгоритм БИНС укрупненно можно разделить на две взаимозависимые части:

- навигационный алгоритм, в котором определяются проекции скоростей и координаты;
- алгоритм определения параметров ориентации, который вычисляет матрицы ориентации чувствительных элементов в пространстве и углы ориентации ЛА в горизонтальной системе координат.

Представим в координатной форме векторы, входящие в (12) и запишем (12) в осях выбранного базиса i_E, j_N и r :

$$U = i_E U_E + j_N U_N + r U_Z; \quad n = i_E n_x + j_N n_y + r n_z, \quad (13)$$

где n_x, n_y, n_z - проекции вектора n на оси базиса i_E, j_N, r , (n - ускорение, вызванное силами негравитационного происхождения, то есть активными силами).

Вектор абсолютной угловой скорости выбранного навигационного трехгранника Ω_G представляем в виде:

$$\Omega_G = u + \phi + \lambda, \quad (14)$$

где ϕ, λ - вектор скорости изменения координат φ, λ .

В координатной форме соотношение (14) имеет вид:

$$\Omega_G = -i_E \phi + j_N (u + \lambda) \cos \varphi + r (u + \lambda) \sin \varphi. \quad (15)$$

Введем обозначения для относительных угловых скоростей и проекций угловой скорости вращения Земли:

$$\left. \begin{aligned} \omega_x = -\phi; \quad \omega_y = \lambda \cos \varphi; \quad \omega_z = \lambda \sin \varphi \\ U_Y = U \cos \varphi; \quad U_Z = U \sin \varphi \end{aligned} \right\}. \quad (16)$$

Тогда векторная сумма $\Omega + U$ в уравнении (12) может быть представлена как

$$\Omega + U = i_E \omega_x + j_N (\omega_y + 2U_Y) + r (\omega_z + 2U_Z). \quad (17)$$

Ось Z выбранного базиса направлена по нормали, опущенной из точки места объекта A к поверхности земного эллипсоида, и пересекает эту поверхность в точке B . Определение ориентации этой оси связано с представлением модели фигуры Земли. В качестве такой модели в нашей стране используют двусосный эллипсоид вращения с параметрами, полученными Ф. Н. Красовским.

К основным параметрам относятся:

- большая полуось земного эллипсоида (радиус земного экватора)
 $a = 6378245 \text{ м};$
- малая полуось земного эллипсоида $b = 6356863 \text{ м};$

- квадрат эксцентриситета эллипсоида $c^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0,0066934216$.

Используя математическое описание этой модели, величины $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ можно выразить через линейные скорости движения точки A и радиусы кривизны нормальных сечений эллипсоида:

$$\omega_x = -\frac{U_C}{\rho_1 + h}; \omega_y = \frac{U_B}{\rho_2 + P}; \omega_z = \omega_y \tan \varphi, \quad (18)$$

где ρ_1 - радиус кривизны меридиального сечения эллипсоида (плоскость сечения определена векторами r, j_N);

ρ_2 - радиус кривизны сечения плоскостью, определяемой векторами r и i_E ;

h - высота полета над поверхностью Земли.

Величины ρ_1 и ρ_2 определяются таким образом:

$$\rho_1 = a(1 - e^2)(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{-\frac{3}{2}}; \quad \rho_2 = a(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{-\frac{1}{2}}. \quad (19)$$

При направлении оси Z по нормали к поверхности эллипсоида

$$h = U_Z. \quad (20)$$

Для скалярной записи (12) представим в координатной форме вектор g :

$$g = i_E g_x + j_N g_y + r g_z. \quad (21)$$

Поскольку точка (т. A) места ЛА не принадлежит поверхности Земли, то вектор градиента нормального поля силы тяжести в этой точке не будет направлен по линии нормали, опущенной на нее к поверхности земного эллипсоида (ось Z). Однако этот вектор будет расположен в плоскости меридиана точке A , то есть в плоскости, определяемой векторами U, r . Тогда (21) принимает вид:

$$g = j_N g_y + r g_z. \quad (22)$$

Выражение для проекций g_y, g_z получают на основе функции нормального поля тяготения земного сфероида:

$$g_{y_{cp}} = \frac{1}{2} g_e \left[\frac{h}{a} (e^2 - 5q) + qe^2 \sin^2 \varphi \right] \sin 2\varphi$$

$$g_{z_{zp}} = -g_e \left\{ 1 - 2 \frac{h}{a} - \left(e^2 + 2q - 3 \frac{h}{a} \right) \frac{h}{a} + \left[\frac{1}{2} (5q - e^2) - \frac{1}{8} e^4 + \frac{17}{8} q e^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(3e^2 - 5q \right) \frac{h}{a} \right] \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} q e^2 \sin^4 \varphi + \frac{1}{16} e^2 \left(\frac{1}{2} e^2 - 7q \right) \sin^2 2\varphi \right\}, \quad (23)$$

$g_e = 9,78049 \text{ м} / \text{с}^2$ - ускорение силы тяжести на экваторе;

$q = \frac{ua^2}{g_e} = 0,00346775$ - отношение центробежной силы, обусловленной вращением Земли, к силе тяжести на экваторе;

$u = 15,0407 \text{ град} / \text{час}$ - угловая скорость вращения Земли.

В формулах (23) принято, что $\frac{h}{a} \approx e^2$, что соответствует высотам, характерным для авиационных объектов и беспилотных ЛА. Данные формулы могут быть упрощены, если в них сохранить, лишь члены порядка e^2 . Тогда

$$g_y \approx 0; \quad g_z = -g_e \left[1 - 2 \frac{h}{a} + \frac{1}{2} (5q - e^2) \sin^2 \varphi \right].$$

На основании (16) и (18), получим следующую систему дифференцированных уравнений, определяющих φ, λ :

$$\dot{\varphi} = -\frac{U_C}{\rho_1 + h}; \quad \dot{\lambda} = \frac{U_B}{(\rho_2 + h) \cos \varphi}. \quad (24)$$

Функции $\frac{1}{\rho_1 + h}$ и $\frac{1}{\rho_2 + h}$ с точностью до e^2 принимают вид:

$$\frac{1}{\rho_1 + h} \approx \frac{1}{a} \left[1 - e^2 - \frac{h}{a} - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right], \\ \frac{1}{\rho_2 + h} \approx \frac{1}{a} \left[1 - \frac{1}{a} - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right]. \quad (25)$$

С учетом приведенных соотношений скалярный эквивалент векторной системы (12), позволяющий вычислять составляющие вектора скорости ЛА в географической системе координат, можно записать так:

$$\frac{d}{dt} \begin{vmatrix} U_E \\ U_N \\ U_Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & (\omega_z + 2U_Z) & -(\omega_y + 2U_Y) \\ -(\omega_x + 2U_X) & 0 & \omega_x \\ (\omega_y + 2U_Y) & -\omega_x & 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} U_E \\ U_N \\ U_Z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{vmatrix}, \quad (26)$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - компоненты вектора угловой скорости географического базиса относительно Земли (18);

U_Y, U_Z - компоненты вектора угловой скорости Земли (16);

n_x, n_y, n_z - компоненты вектора кажущегося ускорения, измеренные акселерометрами;

g_x, g_y, g_z - компоненты вектора градиента нормального поля силы тяжести (23).

Входящие в выражение (18) радиусы кривизны земного эллипсоида могут быть вычислены через свои обратные функции по (25) или непосредственно по формулам

$$\rho_1 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}; \rho_2 = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi)}}, \quad (27)$$

где a - большая полуось эллипсоида Красовского;

e - первый эксцентриситет эллипсоида Красовского.

Проекции угловой скорости вращения географического базиса относительно Земли в географической системе координат с учетом (27) выразятся следующим образом

$$\omega_x = -\frac{U_C}{\rho_1 + h}; \omega_y = \frac{U_B}{\rho_2 + h}; \omega_z = \frac{U_B}{\rho_2 + h} \tan \varphi. \quad (28)$$

Проекции угловой скорости вращения Земли определены в соответствии с (16)

$$U_Y = U \cos \varphi; \quad U_Z = U \sin \varphi, \quad (29)$$

где $U = 7,292116 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ - модуль угловой скорости вращения Земли.

Алгоритм вычисления координат местоположения и высоты ЛА по направлению нормали до поверхности земного эллипсоида определяется уравнениями:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_x; \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\omega_x}{\cos \varphi}; \quad \frac{dh}{dt} = U_Z. \quad (30)$$

Алгоритм вычисления проекции ускорения силы тяжести Земли с точностью до величины порядка e^4 :

$$g_y \approx 0; \quad g_N = -g_0 \sin(2\varphi) + \frac{5}{2} q \sin^2 \varphi \frac{h}{2} \left(\frac{e^2}{2} - 2q \right);$$

$$g_z = -g_0 \left[\begin{array}{l} 1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 \varphi + \frac{3}{2} q \sin^2 \varphi + e^4 \left(-\frac{1}{8} \sin^2 \varphi + \frac{1}{32} \sin^2 (2\varphi) \right) + \\ + e^2 q \left(-\frac{17}{28} \sin^2 \varphi - \frac{5}{16} \sin^2 (2\varphi) + \frac{h}{a} e^2 (3 \sin^2 \varphi - 1) + \right. \\ \left. \frac{hq}{a} (-1 - 6 \sin^2 \varphi) - \frac{2h}{a} + \frac{3h^2}{a^2} \right) \end{array} \right], \quad (31)$$

где q - отношение центробежной силы, возникающей вследствие вращения Земли, к силе тяжести по экватору ($q = 0,00346775$);

$$g_0 = 9,7849 \text{ м} / \text{с}^2.$$

Совокупность соотношений (26)...(31) представляет собой навигационный алгоритм БИНС алгоритм определения параметров ориентации.

Алгоритм ориентации служит для решения двух основных задач:

- определение взаимной ориентации ортогонального базиса, образованного измерительными осями акселерометров, и базиса, используемого в качестве навигационного (в нашем случае географического), а так же для пересчета показаний акселерометров в навигационный базис (1-я задача);
- определение угловых параметров ориентации – углов курса (рыскания), тангажа, крена (2-я задача).

Без решения первой задачи невозможно определение местоположения и скорости ЛА с помощью БИНС. В этом смысле этот алгоритм является ключевым в структуре БИНС. Решение второй задачи необходимо для управления ЛА и наведения его на цель в горизонтальной системе координат.

ЛЕКЦИЯ №8

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРИЕНТАЦИИ БИНС

Алгоритм определения параметров БИНС можно представить в виде 4-х субалгоритмов:

1. Алгоритм определения начальной матрицы ориентации.

Здесь вычисляются начальные значения элементов матрицы направляющих косинусов, определяющей взаимное положение связанной с ЛА и геометрической системой координат. Алгоритмы используются при начальной выставке БИНС на Земле. Выставка осуществляется методом векторного согласования по измерениям двух неколлинеарных векторов измерительными элементами БИНС (акселерометрами, гироскопами) – вектора абсолютной угловой скорости вращения ЛА, равного угловой скорости вращения Земли U , и вектора ускорения свободного падения g .

2. Алгоритм вычисления матрицы взаимной ориентации базиса, связанного с ЛА и географического.

Этот алгоритм может быть построен несколькими существенно разными способами, выбор которых определяется особенностями гироскопов БИНС и спецификой конкретной навигационной задачи. Наиболее часто используются два способа.

Алгоритм определения параметров БИНС можно представить в виде 4-х субалгоритмов:

Первый способ базируется на решении матричного модифицированного уравнения вращения Пуассона:

$$\frac{dC}{dt} = - \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix} C + C \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

где $\Omega_{x,y,z}$ - проекции абсолютной угловой скорости вращения географической системы координат, определяемые как:

$$\Omega_x = \omega_x, \quad \Omega_y = \omega_y + u_y, \quad \Omega_z = \omega_z + u_z, \quad (33)$$

$\Omega_{1,2,3}$ - абсолютные угловые скорости ЛА, измеряемые гироскопами, установленными жестко на его корпусе.

Второй способ построения алгоритма ориентации базируется на использовании промежуточных параметров ориентации.

При создании БИНС наиболее часто в качестве таковых используются параметры Родрига-Гамильтона (кватернионы). Матрица пересчета из связанной в географическую систему координат получается путем перемножения двух матриц, из которых одна пересчитывается в связанных в инерциальные оси – вторая из инерциальных в географические. Каждая из двух матриц вычисляется на основе параметров Родрига-Гамильтона, которые в свою очередь

определяются численным алгоритмом второго порядка, построенным на основе метода последовательных приближений Пикара:

$$C = B^T A,$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 - 2(\lambda_2^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \end{vmatrix}. \quad (34)$$

$$\lambda_0^{(k+1)} = \lambda_0^{(k)} - \lambda_0^{(k)} \cdot \frac{e}{8} - 0,5 \left(\lambda_1^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_2^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_3^{(k)} \Delta\beta_z \right),$$

$$\lambda_1^{(k+1)} = \lambda_1^{(k)} - \lambda_1^{(k)} \cdot \frac{e}{8} - 0,5 \left(\lambda_0^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_3^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_2^{(k)} \Delta\beta_z \right),$$

$$\lambda_2^{(k+1)} = \lambda_2^{(k)} - \lambda_2^{(k)} \cdot \frac{e}{8} - 0,5 \left(\lambda_3^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_0^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_1^{(k)} \Delta\beta_z \right),$$

$$\lambda_3^{(k+1)} = \lambda_3^{(k)} - \lambda_3^{(k)} \cdot \frac{e}{8} - 0,5 \left(\lambda_2^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_1^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_0^{(k)} \Delta\beta_z \right),$$

где $e = \Delta\beta_x^2 + \Delta\beta_y^2 + \Delta\beta_z^2$,

$$\Delta\beta_x = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Omega_1 dt; \Delta\beta_y = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Omega_2 dt; \Delta\beta_z = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Omega_3 dt,$$

$\Delta\beta_x$, $\Delta\beta_y$, $\Delta\beta_z$ - приращения интегралов от проекций абсолютной угловой скорости поворота объекта на оси чувствительности гироскопов (показания гироскопов БИНС, измеряющих не проекции угловых скоростей, а приращение углов поворота вокруг своих осей чувствительности).

$$B = \begin{vmatrix} 1 - 2(\mu_2^2 + \mu_3^2) & 2(\mu_1\mu_2 - \mu_0\mu_3) & 2(\mu_1\mu_3 + \mu_0\mu_2) \\ 2(\mu_1\mu_2 + \mu_0\mu_3) & 1 - 2(\mu_1^2 + \mu_3^2) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\mu_1\mu_3 - \mu_0\mu_2) & 2(\mu_2\mu_3 + \mu_0\mu_1) & 1 - 2(\mu_1^2 + \mu_2^2) \end{vmatrix},$$

$$\mu_0^{(k+1)} = \mu_0^{(k)} - 0,5 \left(\mu_1^{(k)} \Omega_x + \mu_2^{(k)} \Omega_y + \mu_3^{(k)} \Omega_z \right) dt;$$

$$\mu_1^{(k+1)} = \mu_1^{(k)} - 0,5 \left(\mu_0^{(k)} \Omega_x + \mu_3^{(k)} \Omega_y + \mu_2^{(k)} \Omega_z \right) dt;$$

$$\mu_2^{(k+1)} = \mu_2^{(k)} - 0,5 \left(\mu_3^{(k)} \Omega_x + \mu_0^{(k)} \Omega_y + \mu_1^{(k)} \Omega_z \right) dt ;$$

$$\mu_3^{(k+1)} = \mu_3^{(k)} - 0,5 \left(\mu_2^{(k)} \Omega_x + \mu_1^{(k)} \Omega_y + \mu_0^{(k)} \Omega_z \right) dt ,$$

где $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ - проекции абсолютной угловой скорости географического базиса на его оси (2).

К преимуществам этого метода построения матрицы ориентации относится гарантированная ортогональность матрицы ориентации, вычисленной по соотношениям (34). Кроме этого практика показывает, что вычисление с использованием параметров Родрига-Гамильтона дает наименьшие вычислительные затраты по сравнению с другими методами при условии обеспечения одинаковых точностных характеристик. Вместе с тем, определение матрицы C через параметры Родрига-Гамильтона приводит к необходимости решения двух однотипных систем дифференциальных уравнений 4-го порядка каждая.

3. Алгоритм вычисления угловых параметров ориентации ЛА относительно географической системе координат (вычисление истинного курса ψ , крена γ , тангажа ϑ):

$$\vartheta = \arcsin(C_{31}) = \arccos\left(\sqrt{1 - C_{31}^2}\right),$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{-C_{33}}{\sqrt{1 - C_{31}^2}}\right) = \arccos\left(\frac{C_{32}}{\sqrt{1 - C_{31}^2}}\right)$$

$$\psi = \arcsin\left(\frac{-C_{11}}{\sqrt{1 - C_{31}^2}}\right) = \arccos\left(\frac{C_{21}}{\sqrt{1 - C_{31}^2}}\right), \quad (35)$$

где C_{ij} - элементы введенной выше матрицы C .

4. Алгоритмы пересчета сигналов, полученных с акселерометров в географическую систему координат для использования в навигационном алгоритме:

$$\begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{vmatrix}. \quad (35)$$

Приведенная совокупность соотношений (26)...(36) представляет собой замкнутую систему уравнений, параметров ориентации ЛА.

Совокупность любого из приведенных уравнений определения матрицы C и углов ψ, γ, ϑ образуют алгоритм ориентации БИНС. Выбор конкретного алгоритма определения матрицы C зависит от поставленной задачи и доступных ресурсов.

Алгоритм БИНС, работающий в инерциальной системе координат

В этом варианте БИНС определяются координаты в инерциальной системе координат $OXYZ$, ось OZ которой направлена по полярной оси в сторону северного полюса, а оси OX и OY располагаются в плоскости экватора. В этом случае для синтеза алгоритма БИНС целесообразно воспользоваться векторным уравнением (6), скалярный эквивалент которого имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dR_x}{dt} = V_x; \quad \frac{dV_x}{dt} = n_x + g_{zpx}, \\ \frac{dR_y}{dt} = V_y; \quad \frac{dV_y}{dt} = n_y + g_{zpy}, \\ \frac{dR_z}{dt} = V_z; \quad \frac{dV_z}{dt} = n_z + g_{zpz}, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

где R_x, R_y, R_z - координаты в выбранной инерциальной системе координат,

$n_x, n_y, n_z, g_{zpx}, g_{zpy}, g_{zpz}$ - проекции кажущегося и гравитационного ускорения на те же оси, причем

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} g_{zpx} \\ g_{zpy} \\ g_{zpz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} g_{x\Gamma} \\ g_{y\Gamma} \\ g_{z\Gamma} \end{vmatrix}, \end{aligned}$$

где $g_{x\Gamma}, g_{y\Gamma}, g_{z\Gamma}$ - проекции вектора гравитационного ускорения на оси географического базиса, матрица A определяется, например, из решения уравнения Пуассона:

$$\frac{dA}{dt} = A[\Omega],$$

где $[\Omega]$ - матрица измеренных гироскопом угловых скоростей ЛА

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix},$$

а матрица B строится таким образом:

$$B = \begin{bmatrix} -\sin \Lambda & -\cos \Lambda \sin \Phi & \cos \Lambda \cos \Phi \\ \cos \Lambda & -\sin \Lambda \sin \Phi & \sin \Lambda \cos \Phi \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \end{bmatrix}$$

где $\Phi = \operatorname{arctg} \frac{R_x}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$; $\Lambda = \operatorname{arcsin} \frac{R_x}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}} = \operatorname{arccos} \frac{R_y}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$.

ЛЕКЦИЯ №9

ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Физические принципы инерциальной навигации и построения инерциальных навигационных систем

1. Физические принципы инерциальной навигации

Метод инерциальной навигации и инерциальные навигационные системы (ИНС) в настоящее время находят широкое применение для навигации летательных аппаратов. Из всех навигационных систем ИНС являются единственными, которые наилучшим образом удовлетворяют целому комплексу таких важных требований, как универсальность, полная автономность, помехозащищенность и помехоустойчивость, а также скрытность работы. Вместе с тем, уже при существующем уровне развития техники эти системы могут обеспечивать достаточную высокую точность навигации, которая ограничивается только точностью датчиков первичной информации и будет повышаться по мере их совершенствования.

Физические принципы инерциальной навигации неразрывно связаны с решением основной задачи динамики: при известных силах, действующих на тело, а так же его начальном положении и скорости необходимо определить его положение в любой момент времени относительно выбранной системы отсчета.

Решение этой задачи разбивают на два этапа:

- Определение движения центра масс;
- Определение движения тела вокруг центра масс.

Предположим, что на движущейся вблизи поверхности Земли объекте установлен трехкомпонентный акселерометр. Модель такого акселерометра можно представить в виде материальной точки единичной массы (чувствительного элемента), установленной в трехкомпонентном упругом подвесе (рис. 1).

При решении задач общей теории инерциальной навигации движение этой материальной точки рассматривается как поступательное движение объекта. Кроме того, считают, что на чувствительный элемент (ЧЭ) акселерометра действует две силы – сила притяжения Земли и сила упругой деформации подвеса.

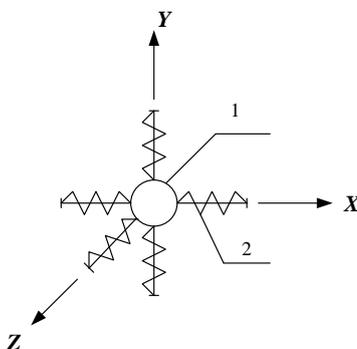


Рисунок 1 Модель трехкомпонентного акселерометра
1 – чувствительный элемент (ЧЭ); 2 – элемент упругого подвеса.

Начало инерциальной системы координат свяжем с центром Земли. Одну из этих осей направим вдоль оси собственного вращения Земли. Уравнение движения ЧЭ акселерометра в этой системе координат запишем в виде:

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{V}; \quad \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{g}(r, t) + \bar{n}, \quad (1)$$

где \bar{r} - радиус-вектор, соединяющий ЧЭ с началом инерциальной системы координат;

\bar{V} - скорость ЧЭ в инерциальной системе координат;

\bar{n} - упругая сила подвес;

\bar{g} - напряженность гравитационного поля Земли точке положения ЧЭ.

Примем модель поля тяготения Земли в виде сферы. Тогда

$$\bar{g}(\bar{r}) = \frac{\mu\bar{r}}{r^3}, \quad (2)$$

где μ - константа.

Если измерить деформацию подвеса, то при известной его жесткости можно найти силу \bar{n} , в осях, связанных с корпусом акселерометра, по отношению к инерциальной системе координат, и при начальных условиях

$$\bar{r}_0 = \bar{r}(t=0); \quad \bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt}(t=0),$$

в результате интегрирования уравнения (1) могут быть получены текущие значения векторов \bar{r} и \bar{V} (соответственно положения и скорости движущегося объекта).

Ориентация осей, связанных с корпусом акселерометра, определяется с помощью гироскопов. В простейшем случае акселерометр может быть установлен на гиросtabilизированной платформе, сохраняющей заданную ориентацию в инерциальной системе координат.

Интегрирование уравнения (1) можно выполнить в системе координат, связанной с корпусом акселерометра, который вращается относительно инерциальной системы координат с произвольной угловой скоростью $\bar{\omega}$. В этом случае уравнение (1) с учетом соотношения (2) приобретает вид

$$\begin{aligned} \dot{\bar{r}} &= \bar{\omega} \times \bar{r} = \bar{V}; \\ \dot{\bar{V}} + \bar{\omega} \times \bar{V} + \frac{\mu\bar{r}}{r^3} &= \bar{n}, \end{aligned} \quad (3)$$

где точкой обозначены локальные производные в подвижной системе координат.

Если угловая скорость $\bar{\omega}$ известна (например, по показаниям гироскопических датчиков угловой скорости) как функция \bar{r} , \bar{V} , t , то интегрирование

уравнений (3) дает координаты и скорость ЛА в системе координат с началом в центре Земли и осями, параллельными осям корпуса акселерометра.

Для решения навигационной задачи необходимо определить взаимную ориентацию вращающихся и неподвижных (инерциальных) осей. Обозначим орты инерциальных осей $\bar{\xi}$, $\bar{\eta}$, $\bar{\zeta}$, а орты подвижных осей \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} . Тогда взаимная ориентация осей определяется решением в подвижных осях трех кинематических уравнений Пуассона.

$$\dot{\bar{\xi}} + \bar{\omega} \times \bar{\xi} = 0; \quad \dot{\bar{\eta}} + \bar{\omega} \times \bar{\eta} = 0; \quad \dot{\bar{\zeta}} + \bar{\omega} \times \bar{\zeta} = 0. \quad (4)$$

Для интегрирования уравнения необходимо задать начальное положение ортов подвижных осей относительно неподвижных.

Дальнейший перерасчет координат и скорости сводится к алгебраическим операциям. Например, если конечной целью является определение координат и скорости в основной (инерциальной) системе координат, то

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \bar{r} \cdot \bar{\xi}; & V_{\xi} &= \bar{V} \bar{\xi}; \\ \eta &= \bar{r} \cdot \bar{\eta}; & V_{\eta} &= \bar{V} \bar{\eta}; \\ \zeta &= \bar{r} \cdot \bar{\zeta}; & V_{\zeta} &= \bar{V} \bar{\zeta} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

В общем случае система автономной инерциальной навигации может быть реализована с помощью следующих основных функциональных элементов:

1. Трехкомпонентного акселерометра или эквивалентных ему трех однокомпонентных акселерометров;
2. Гиросtabilизированной платформы или системы свободных гироскопов или системы датчиков абсолютной угловой скорости;
3. Вычислительного устройства, содержащего задатчик времени.

Первые две группы элементов (первичные преобразователи или чувствительные элементы) вырабатывают текущую информацию о компонентах векторов \bar{n} и $\bar{\omega}$ (о векторах кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости вращения ЛА).

Задачей вычислительного устройства является решение уравнения (1) или (3)...(5), то есть моделирование движения ЧЭ акселерометра и изменения взаимной ориентации подвижного и неподвижного трехгранников. Для этого в вычислительное устройство должна быть введена информация в виде функции $\bar{g}(\bar{r}, t)$, об угловой скорости вращения Земли, о параметрах формы Земли так далее.

Подготовка ИНС к началу работы состоит в определении и введении в вычислительное устройство начальных значений местоположения и скорости объекта и параметров начальной ориентации подвижного и неподвижного (основного) трехгранников.

ИНС разделяются на два основных класса: **платформенные** и **бесплатформенные**. В платформенных ИНС все чувствительные элементы (акселеро-

метры, размещаются на гиросtabilизированной платформе). В бесплатформенных ИНС чувствительные элементы размещаются непосредственно на корпусе ЛА.

При подготовке к работе ИНС платформенного типа гиросtabilизированная платформа устанавливается в заданное положение по отношению к географической системе координат (то есть по отношению к местным географическим вертикали и меридиану).

В настоящее время наибольшее распространение получили платформенные ИНС.

2. Обобщенные схемы ИНС на базе ГСП.

Обобщенная схема ИНС изображена на рис. 2.

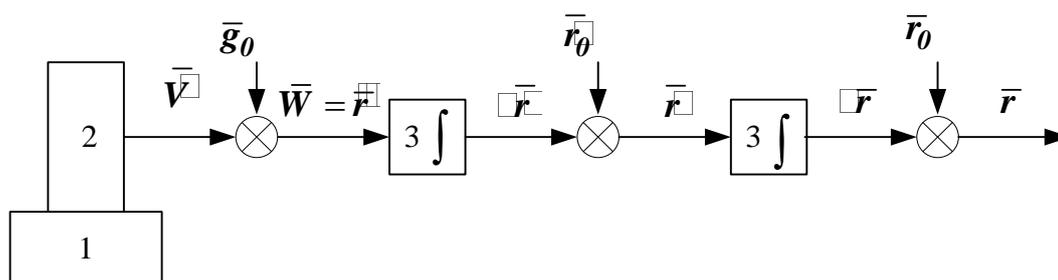


Рисунок 2 Обобщенная схема ИНС:

1 – гиросtabilизированная платформа; 2 – 3-х компонентный акселерометр; 3 – интегрирующее устройство.

Трехкомпонентный акселерометр расположен на гиросtabilизированной платформе (ГСП). Акселерометр измеряет вектор ускорения \vec{V} активными силами. После суммирования ускорения \vec{V} с вектором гравитационного ускорения \vec{g}_0 образуется вектор полного ускорения $\vec{W} = \vec{V} + \vec{g}_0$.

Уточним схему ИНС применительно к навигации объекта вблизи поверхности сферической Земли. Географическая система координат $\xi\eta\zeta$ при навигации вблизи Земли показана на рис. 3.

Данная система координат принята за базовую. Ось ζ направлена по радиус-вектору \vec{r} , соединяющему центр Земли с точкой нахождения объекта. Две другие оси лежат в плоскости местного горизонта. Ось η направлена по касательной к параллели на восток \mathbf{E} , ось ξ - по касательной к местному меридиану на север $\mathbf{P}_{сев.}$. Координаты места положения объекта определяются длиной радиус-вектора \vec{r} , широтой φ и долготой λ . Если пренебречь высотой, то $|\vec{r}| = R = const$, R - радиус Земли, а объект движется по поверхности Земли со скоростью \vec{V} (рис. 4).

Тогда

$$V_N = V_{\Pi} \cos \psi; V_E = V_{\Pi} \sin \psi; \psi = \arctg \frac{V_E}{V_N}, \quad (6)$$

где V_N, V_E - северная и восточная составляющие скорости объекта;

ψ - истинный курс объекта.

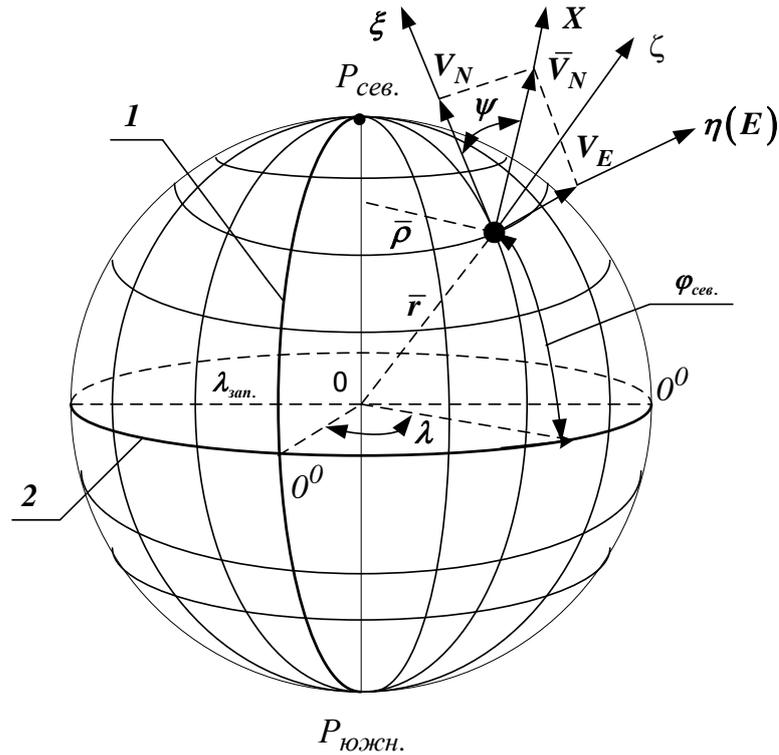


Рисунок 3 Географическая система координат

1 – нулевой меридиан; 2 – экватор; λ - долгота; φ - широта

На основании рис. 3. можно получить следующие соотношения:

$$\phi = \frac{V_N}{R}; \kappa = \frac{V_E}{\rho}, \begin{cases} V_N = \phi R \\ V_E = \kappa \rho = \kappa R \cos \varphi \end{cases} \quad (7)$$

где $\rho = R \cos \varphi$ - радиус параллели.

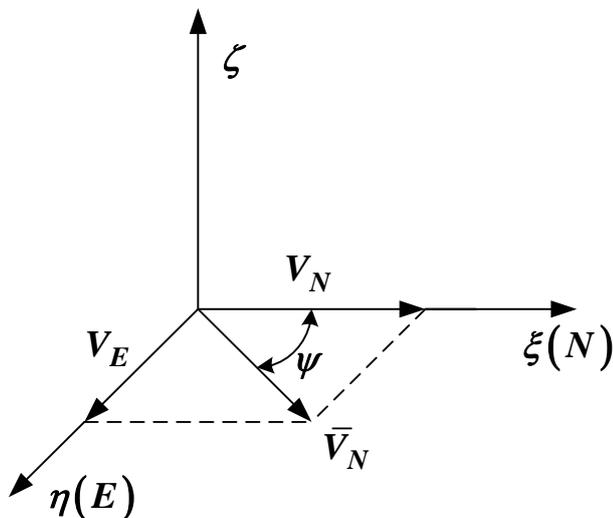


Рисунок 4 Вектор скорости движения объекта и его составляющие

Предположим, что с помощью гиостабилизированной платформы (ГСП) смоделирована на борту объекта географическая система координат $\xi\eta\zeta$ и на ней установлены два однокомпонентных акселерометра. Акселерометры на ГСП установлены так, что измерительная ось одного из них ориентирована на север (северный акселерометр A_N), а измерительная ось другого – на восток (восточный акселерометр A_E). Тогда географические координаты места положения объекта φ и λ могут быть вычислены на основе соотношений (6) и (7). Схема ИНС, решающая задачу, приведена на рис. 5.

Акселерометры A_N и A_E измеряют соответственно северную \vec{v}_N и восточную \vec{v}_E составляющие ускорения объекта. После интегрирования на первых интеграторах I_{1N} северного и восточного I_{1E} каналов получают приращение скоростей ΔV_N и ΔV_E . Если ΔV_N и ΔV_E просуммировать с начальными значениями скоростей V_{N_0} и V_{E_0} , то в итоге получим проекции векторов скоростей северного и восточного направлений

$$V_N = V_{N_0} + \Delta V_N \text{ и } V_E = V_{E_0} + \Delta V_E. \quad (8)$$

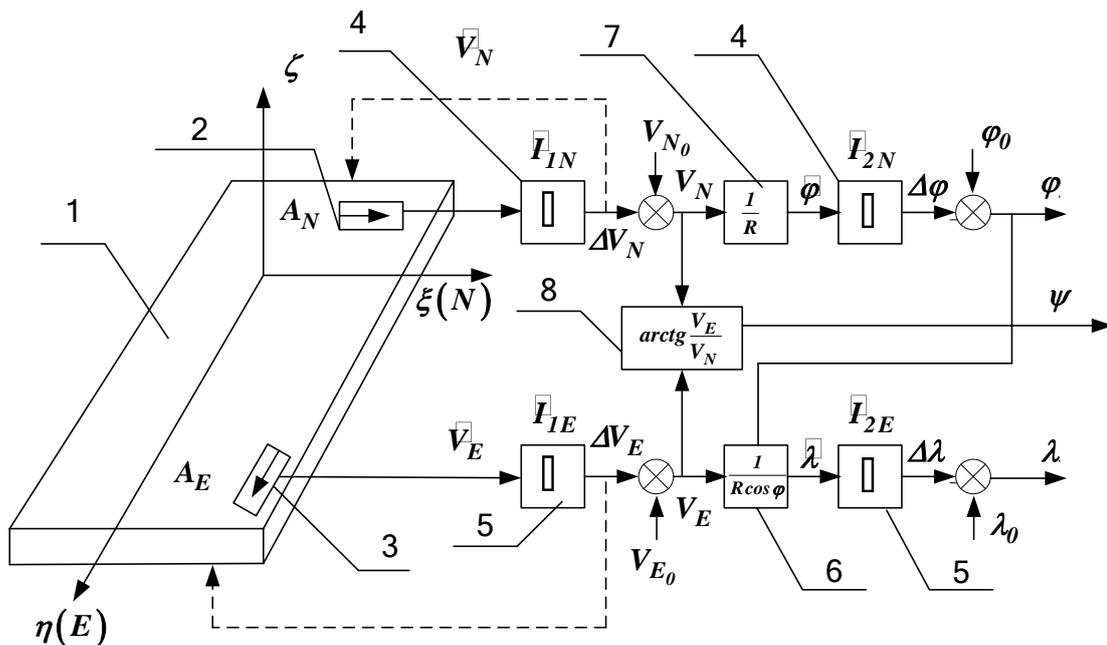


Рисунок 5 Схема принципа построения инерциальной навигационной системы:

1 – ГСП; 2 – акселерометр северного направления A_N ; 3 – акселерометр восточного направления A_E ; 4 – интеграторы северного канала; 5 – интеграторы восточного канала; 6,7 – масштабирующие элементы; 8 – вычислительный канал курса.

На основе сигналов V_N и V_E с помощью масштабирующих элементов $\frac{1}{R}$ и $\frac{1}{R \cos \varphi}$ формируются сигналы Φ и λ , которые далее поступают на входы вторых интеграторов: северного Φ_{2N} и восточного λ_{2E} . С входов вторых интеграторов получают приращение географических координат объекта $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$. После суммирования $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ с начальными значениями географических координат местоположения окончательно получают информацию о текущих значениях широты и долготы:

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi; \quad \lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda.$$

Истинный курс объекта вырабатывается в вычислительном канале курса δ на основании составляющих V_N и V_E .

Для нормального функционирования ИНС (рис. 5) необходимо выполнить начальную выставку ГСП, то есть оси ГСП $\xi\eta\zeta$ должны быть совмещены с осями географической системы координат $\xi_0\eta_0\zeta_0$ в момент начала работы системы.

В дальнейшем моделировании системы координат $\xi\eta\zeta$ с помощью ГСП может осуществляться двумя путями:

- в разомкнутых ИНС – без использования акселерометров;
- в замкнутых ИНС – по сигналам акселерометров.

3. Классификация ИНС

На ЛА, предназначенных для осуществления дальних полетов в воздушном пространстве, расположенном в непосредственной близости от поверхности Земли, используют двух или трехканальные автономные ИНС замкнутого типа, то есть системы с обратными связями. Применение отрицательных обратных связей позволяет существенно повысить точность навигации и получить систему, не возмущаемую силами инерции. В зависимости от способа построения цепи обратной связи, от способа реализации на подвижном основании горизонтальной системы координат или вертикали ИНС разделяют на: **полуавтоматические, геометрические и аналитические.**

В системах геометрического типа имеются геометрические образы плоскости местного горизонта, углов широты и долготы местоположения объекта.

В системах полуаналитического типа плоскость местного горизонта строится геометрически, а широта и долгота места вычисляются аналитически в вычислительном устройстве.

В системах аналитического типа и построение вертикали, и определение географических координат места осуществляется аналитически в вычислительном устройстве.

ИНС полуаналитического еще классифицируется по типу азимутной ориентации осей чувствительности акселерометров в плоскости горизонта:

- Системы с географической ориентацией в которых вырабатываются географические координаты места объекта;

- Системы с ортодромической ориентацией в которых вырабатывается пройденный объектом путь вдоль заданной траектории и перемещение объекта в направлении, перпендикулярном ортодромии;
- Системы со свободной в азимуте ориентацией – с помощью дополнительного пересчетного устройства вырабатываются географические координаты места объекта.

Чтобы ИНС обладала свойством невозмущаемости ускорениями движения объекта, построитель вертикали настраивается на период маятника Шуллера $T = 84,36 \text{ мин.}$

ЛЕКЦИЯ №10

ХАРАКТЕРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ И УСЛОВИЯ ПОСТРОЕНИЯ РАЗЛИЧНОГО ТИПА ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

В общем случае при построении инерциальных систем необходимо учитывать следующее:

- способы измерения навигационных параметров ЛА относительно навигационной системы отсчета $O_0\xi \eta \zeta$;
- виды ориентации акселерометров;
- особенности моделирования систем координат;
- методы учета гравитационного ускорения;
- методы учета начальных параметров движения.

В связи с этим в состав любой инерциальной системы входят следующие функциональные элементы:

- система акселерометров, измеряющая составляющие вектора \bar{a} ускорения движения центра масс ЛА под действием активных сил;
- датчики угловой ориентации, моделирующие навигационную систему координат или измеряющие ее угловую скорость вращения;
- датчики первичной и исходной информации, в том числе и данных о гравитационном поле;
- счетно-решающее устройства для вычисления навигационных алгоритмов;
- системы отображения выходной информации или выдачи выходных сигналов различным потребителям;
- системы управления и коррекции погрешностей.

Введем в рассмотрение два базовых ортогональных триэдра:

$O_1X_1Y_1Z_1$ - первый базовый триэдр, образованный осями чувствительности акселерометров;

$O_2X_2Y_2Z_2$ - второй базовый триэдр, совпадающий с осями чувствительности датчиков угловой ориентации (моделирует навигационную системы координат).

Триэдр $O_1X_1Y_1Z_1$ вращается с абсолютной угловой скоростью $\bar{\omega}_1$ относительно инерциальной системы отсчета $O_0\xi \eta \zeta$.

Вектор измеренного ускорения в системе координат $O_1X_1Y_1Z_1$ равен

$$\bar{a} = a_x \bar{i}_1 + a_y \bar{j}_1 + a_z \bar{k}_1, \quad (1)$$

где $\bar{i}_1, \bar{j}_1, \bar{k}_1$ - орты системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$.

Запишем навигационное уравнение, учитывающее абсолютное ускорение центра масс ЛА, в виде

$$\bar{\mathcal{F}} = \bar{a} + \bar{g} - \bar{\omega}_1 \cdot \bar{V}, \quad (2)$$

где $\bar{\mathbf{v}}$ - производная по времени от вектора скорости в системе координат $O_1X_1Y_1Z_1$, вращающийся с угловой скоростью $\bar{\omega}_1$.

В уравнении (2) компоненты ускорения $\bar{\mathbf{a}}$ измеряются акселерометрами, гравитационное ускорение задается одним из каких-либо способов, скорость $\bar{\mathbf{V}}$ получают из выхода интеграторов ускорения, $\bar{\omega}_1$ получают от датчиков угловых скоростей или датчиков угловой ориентации.

Положение акселерометров относительно датчиков угловой ориентации имеет следующие особенности. Если связь между акселерометрами и датчиками угловой ориентации жесткая, то первый $O_1X_1Y_1Z_1$ и второй $O_2X_2Y_2Z_2$ базовые триэдры совпадают. С помощью кардановых рамок связь между акселерометрами и датчиками угловой ориентации ЛА может быть гибкой. В этом случае триэдры $O_1X_1Y_1Z_1$ и $O_2X_2Y_2Z_2$ могут быть повернуты относительно друг друга на некоторые углы. Значение величин этих углов, естественно, должны быть известными. Тогда переход от первого базового триэдра ко второму можно осуществлять на основании известных матриц направляющих косинусов,

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = M_{12} \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = M_{12}^T \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $M_{12} = \|n_{ij}\|$ ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$);

M_{12}^T - транспонированная матрица от матрицы M_{12} .

Второй базовый триэдр $O_2X_2Y_2Z_2$ может вращаться относительно инерциальной пространства с угловой скоростью $\bar{\omega}_2$. Скорость $\bar{\omega}_2$ задается или измеряется:

$$\bar{\omega}_2 = \omega_{x_2} \bar{i}_2 + \omega_{y_2} \bar{j}_2 + \omega_{z_2} \bar{k}_2, \quad (4)$$

где $\bar{i}_2, \bar{j}_2, \bar{k}_2$ - орты системы координат $O_2X_2Y_2Z_2$.

Для решения навигационной задачи в соответствии с уравнением (2) необходимо определить вектор угловой скорости $\bar{\omega}_1$, равный

$$\bar{\omega}_1 = \omega_{x_1} \bar{i}_1 + \omega_{y_1} \bar{j}_1 + \omega_{z_1} \bar{k}_1 = \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_{21}, \quad (5)$$

где $\bar{\omega}_{21}$ - вектор угловой скорости триэдров $O_1X_1Y_1Z_1$ и $O_2X_2Y_2Z_2$ относительно друг друга.

Тогда навигационное уравнение (2) с учетом (5) принимает вид:

$$\bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{g}} - (\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_{21}) \cdot \bar{\mathbf{V}}. \quad (6)$$

Исходя из выражения (6), можно выделить следующие характерные особенности и условия построения различного типа инерциальных систем навигации.

1. Инерциальная система аналитического типа.

В ИНС такого типа первый и второй базовые триэдры совпадают и не вращаются в инерциальном пространстве. Ориентация триэдров обычно совпадают с навигационной системой $O_0X_0Y_0Z_0$. Тогда характерными особенностями такой системы являются:

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 = \bar{i}_0; \quad \bar{j}_1 = \bar{j}_2 = \bar{j}_0; \quad \bar{k}_1 = \bar{k}_2 = \bar{k}_0; \quad \bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_0 = 0. \quad (7)$$

2. Инерциальная навигационная система полуаналитического типа.

В ИНС такого типа оба базовых триэдра совпадают с географической (горизонтальной) системой координат $O\xi\eta\zeta$.

В общем виде такая ИНС характеризуется следующими условиями:

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 = \bar{\xi}, \quad \bar{j}_1 = \bar{j}_2 = \bar{\eta}, \quad \bar{k}_1 = \bar{k}_2 = \bar{\zeta}, \quad \bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_\xi + \bar{\omega}_\eta + \bar{\omega}_\zeta, \quad (8)$$

где $\bar{\omega}_\xi, \bar{\omega}_\eta, \bar{\omega}_\zeta$ - соответствующие абсолютной угловой скорости на оси горизонтальной системы координат.

Для получения выражения для $\bar{\omega}_\xi, \bar{\omega}_\eta, \bar{\omega}_\zeta$ рассмотрим на рис. 1.

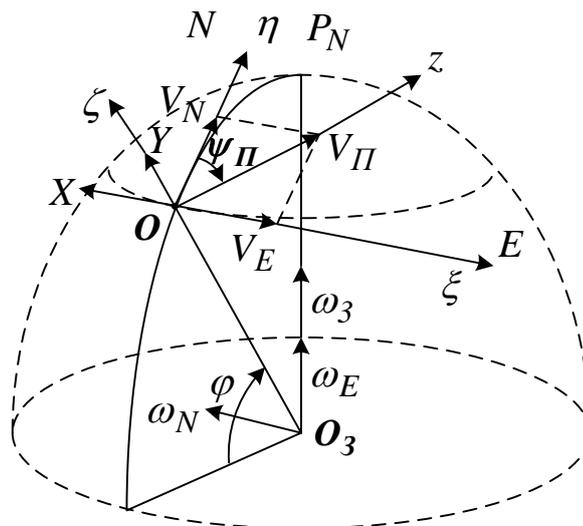


Рисунок 1 Параметры движения в проекциях на оси географической (горизонтальной) системы координат

V_{Π} - вектор путевой скорости; ω_3 - вектор угловой скорости вращения Земли; ψ_{Π} - путевой угол

На основании рис. 1

$$\omega_\xi = \omega_E \cos \varphi + \omega_3 \cos \varphi = \frac{V_\eta}{R \cos \varphi} \cos \varphi + \omega_3 \cos \varphi = \frac{V_{\Pi}}{R} \sin \psi_{\Pi} + \omega_3 \cos \varphi;$$

$$\bar{\omega}_\eta = -\omega_N = -\frac{V_\xi}{R} = \frac{V_{\Pi}}{R} \cos \psi_{\Pi}; \quad (9)$$

$$\omega_{\zeta} = \omega_E \sin \varphi + \omega_3 \sin \varphi = \frac{V_{\eta}}{R \cos \varphi} \sin \varphi + \omega_3 \sin \varphi = \frac{V_{\Pi}}{R} \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \psi_{\Pi} + \omega_3 \sin \varphi.$$

В зависимости от способа ориентации в азимуте полуаналитические системы подразделяются на:

а) свободные в азимуте, у которых вертикальная составляющая угловой скорости базовых триэдров $\omega_{\zeta} = 0$;

б) меридиальные, у которых:

- Одна из горизонтальных осей триэдров совмещается с направлением географического меридиана;
- вертикальная составляющая угловой скорости равна

$$\omega_{\zeta} = \omega_3 \sin \varphi + \frac{V_{\Pi}}{R} \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \psi_{\Pi};$$

с) ортодромические, у которых одна из горизонтальных осей ориентирована по направлению ортодромии ($\psi_{\Pi} = 0$), а $\omega_{\zeta} = \omega_3 \sin \varphi$.

3. Интегральная система связанного типа

Базовые триэдры ИНС такого типа совпадают со связанной с ЛА системой координат $OXYZ$.

Такая ИНС называется бесплатформенной (БИНС). Все чувствительные элементы в БИНС устанавливаются не на ГСП, а жестко крепятся на корпусе ЛА.

БИНС характеризуется такими условиями:

$$\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega},$$

где $\bar{\omega}$ - угловая скорость связанной системы координат $OXYZ$ относительно неподвижной (инерциальной).

4. Инерциальная система полусвязанного типа.

У ИНС такого типа базовые триэдры совпадают с полусвязанной системой координат $OXY'Z'$. Система координат $OXY'Z'$ имеет свободу движения относительно связанной с ЛА системы координат $OXYZ$.

Полусвязанная система координат обычно моделируется различными гиросtabilizаторами.

5. Инерциальная система геометрического типа.

У таких ИНС первый базовый триэдр совмещается с горизонтальной системой координат, а вторая – не вращается относительно инерциального пространства.

ИНС геометрического типа характеризуется следующими условиями:

$$\bar{i}_1 = \bar{\xi}; \bar{j}_1 = \bar{\eta}; \bar{k}_1 = \bar{\zeta}; \bar{i}_2 = \bar{X}_0; \bar{j}_2 = \bar{Z}_0; \bar{k}_2 = \bar{Y}_0; \bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_{\xi} + \bar{\omega}_{\eta} + \bar{\omega}_{\zeta}; \bar{\omega}_2 = 0$$

где $\bar{X}_0, \bar{Y}_0, \bar{Z}_0$ - орты инерциальной системы координат $OX_0Y_0Z_0$.

За инерциальную систему координат чаще всего принимают экваториальную систему координат.

В качестве примера рассмотрим схему ИНС с вращающейся системой координат (рис. 2).

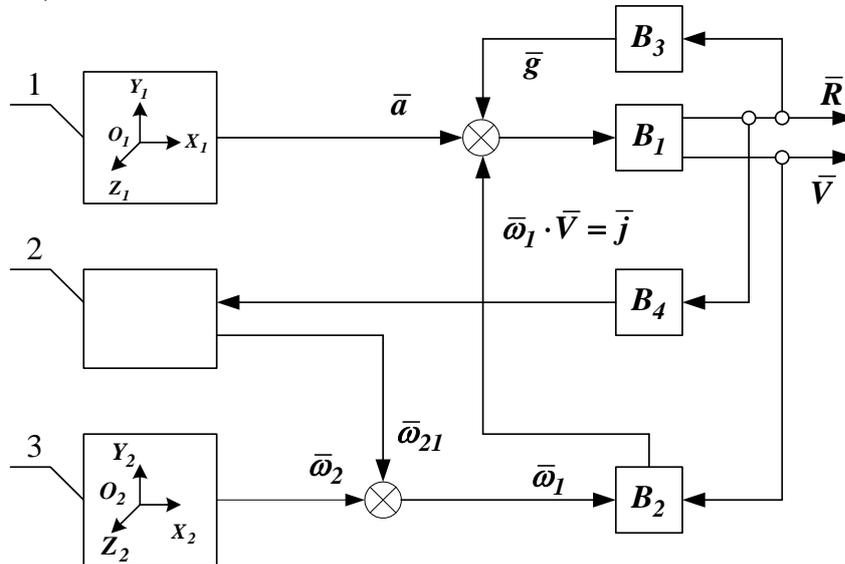


Рисунок 2 Функциональная схема ИНС с вращающейся системой координат

1 – блок акселерометров; 2 – ГСП; 3 – блок датчиков угловой ориентации;
 $B_1 \dots B_4$ - вычислительные устройства.

Принцип построения данной ИНС основан на использовании акселерометров и датчиков угловой ориентации. Блок акселерометров 1 измеряет вектор ускорения \bar{a} ; гиросtabilизированная платформа 2 осуществляет кинематическую связь акселерометров с датчиками угловой ориентации 3. Кинематическая связь между первым $O_1X_1Y_1Z_1$ и вторым $O_2X_2Y_2Z_2$ базовыми триэдрами определяется при помощи матрицы направляющих косинусов M_{12} . Вычислитель B_1 является основным навигационным вычислителем. Его задача заключается в выработке текущей информации о координатах центра масс ЛА (\bar{R}) и вектора скорости (\bar{V}). Вычислитель B_2 предназначен для вычисления кориолисового ускорения $\bar{\omega}_1 \cdot \bar{V}$; B_3 - вычислитель вектора гравитационного ускорения \bar{g} ; B_4 - вычислитель управляющих сигналов системы угловой стабилизации акселерометров.

Инерциальная навигационная система может быть построена только на датчиках линейных ускорений (акселерометрах). Для реализации таких ИНС может быть использовано шесть, девять и более однокомпонентных акселерометров, имеющих различные ориентации осей чувствительности.

Если гравитационное ускорение задается или вычисляется в специальном вычислителе, то для построения ИНС достаточно шести акселерометров. Пусть оси чувствительности акселерометров $A_{X_1}, A_{Y_1}, A_{Z_1}$ образуют первый базовый триэдр $O_1X_1Y_1Z_1$, а оси чувствительности акселерометров $A_{X_2}, A_{Y_2}, A_{Z_2}$ - со-

ответственно второй базовый триэдр $O_2X_2Y_2Z_2$. Расположим акселерометры на общем жестком основании 1. Расстояние между полюсами триэдров O_1O_2 обозначим через ρ . В общем $\bar{\rho}$ - это радиус-вектор, соединяющий точки O_1 и O_2 . Одноименные оси триэдров расположим параллельно ($O_1X_1PO_2X_2$; $O_1Y_1PO_2Y_2$; $O_1Z_1PO_2Z_2$).

Функциональная схема ИНС на базе шести акселерометров приведена на рис. 3.

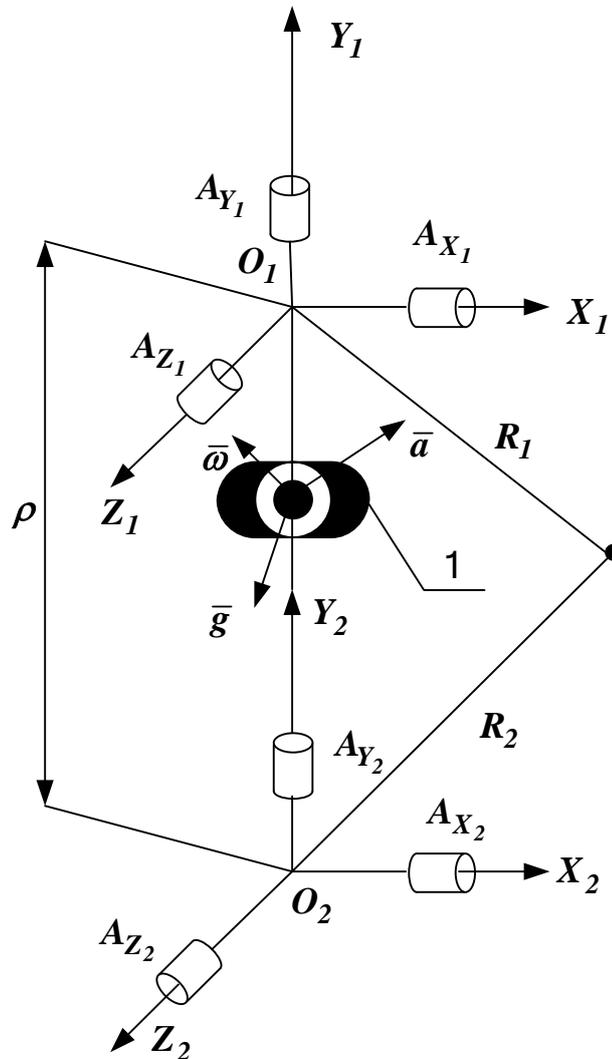


Рисунок 3 ИНС на основе шести акселерометров

1 – жесткое основание; $A_{X_1}, A_{Y_1}, A_{Z_1}, A_{X_2}, A_{Y_2}, A_{Z_2}$ - акселерометры.

На основании сигналов акселерометров получим следующие навигационные уравнения:

$$\frac{d^2 \bar{R}_1}{dt^2} = \bar{a}_1 + \bar{g}_1 - \bar{\omega}_1 \frac{d\bar{R}_1}{dt}; \quad (10)$$

$$\frac{d^2 \bar{R}_2}{dt^2} = \bar{a}_2 + \bar{g}_2 - \bar{\omega}_2 \frac{d\bar{R}_2}{dt}; \quad (11)$$

$$\bar{R}_2 = \bar{R}_1 + \bar{\rho}; \quad (12)$$

$$\bar{g}_1 = \frac{fM_3}{R_1^3} \bar{R}_1; \quad \bar{g}_2 = \frac{fM_3}{R_2^3} \bar{R}_2. \quad (13)$$

$$\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega}; \quad \bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \bar{a}.$$

Таким образом, два векторных уравнения (10) и (11) содержат две неизвестные величины $\bar{\omega}$ и \bar{a} . Совместное решение уравнений (10)...(13), с учетом заданного вектора \bar{g} , позволяет полностью решить навигационную задачу.

ЛЕКЦИЯ №11

ОСНОВЫ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ

Принципиальное решение задачи создания инерциальной навигационной системы

Постановка задачи: В пространстве движется объект. Необходимо на его борту в каждый момент времени получать информацию об ориентации, скоростях и координатах этого объекта относительно планеты. А планета движется относительно инерциальной системы отсчета. То есть поставим задачу создания системы, генерирующей в каждый момент времени движения объекта указанную информацию.

Для решения поставленной задачи рассмотрим движения объекта относительно планеты (рис.1).

Введем обозначения:

1. Системы координат и их орты:

$O_X X_1 X_2 X_3$ - связанная с объектом, \bar{X}_i - ее орты, O_X - полюс объекта;

$O_Y Y_1 Y_2 Y_3$ - связанная с планетой, \bar{Y}_i - ее орты;

$O_Z Z_1 Z_2 Z_3$ - связанная с инерциальной системой отсчета, \bar{Z}_i - ее орты.

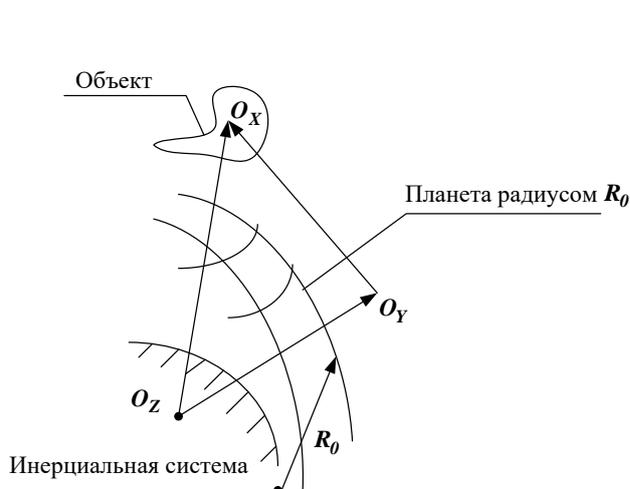


Рисунок 1

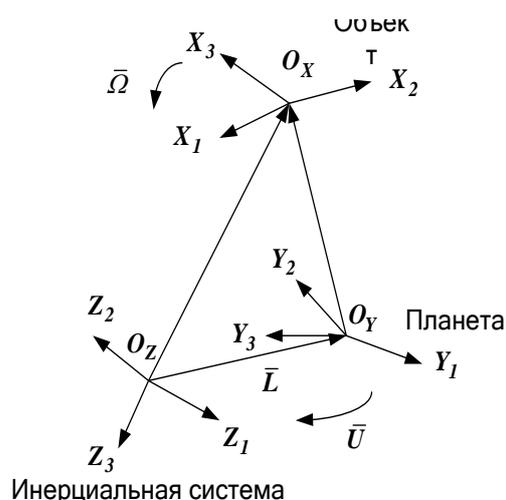


Рисунок 2

2. Векторы:

\bar{W}, \bar{V} - ускорения и скорости полюса относительно инерциальной системы отсчета;

\bar{R} - радиус-вектора полюса объекта относительно начала планетной системы отсчета;

\bar{U} - абсолютная угловая скорость планеты;

$\bar{\Omega}$ - абсолютная угловая скорость объекта;

\bar{A} - кажущееся ускорение полюса объекта;

$\bar{\delta}$ - гравитационное ускорение полюса объекта.

3. Проекция векторов (приведены в табл. 1):

Таблица 1

	\bar{W}	\bar{V}	\bar{R}	$\bar{\Omega}$	\bar{U}	$\bar{\delta}$	\bar{A}
$O_X X_1 X_2 X_3$	\bar{W}_i^X	\bar{V}_i^X	\bar{R}_i^X	$\bar{\Omega}_i^X$	-	$\bar{\delta}_i^X$	\bar{A}_i^X
$O_Y Y_1 Y_2 Y_3$	-	\bar{V}_i^Y	\bar{R}_i^Y	-	\bar{U}_i^Y	$\bar{\delta}_i^Y$	-

4. Направляющие косинусы от планетной системы координат к объектной:

$$C_{ij} = \bar{Y}_i * \bar{X}_j, \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где \bar{X}_j, \bar{Y}_i - орты соответственно координатных осей \bar{X}_j, \bar{Y}_i .

5. Начальные условия:

$C_{ij}(t_0) = C_{ij}^0$ - значение направляющих косинусов в начальный момент времени $t = t_0$;

$V_i^X(t_0) = V_i^{X_0}, R_i^X(t_0) = R_i^{X_0}$ - значение проекций векторов \bar{V}, \bar{R} на оси системы координат $O_X X_1 X_2 X_3$.

Применив операцию абсолютного дифференцирования по времени (АДВ) к равенству (1), получим:

$$\mathcal{E}_{ij} = \mathcal{Y}_i * \bar{X}_j + \bar{Y}_i * \mathcal{X}_j, \quad (2)$$

где \mathcal{E} обозначена операция АДВ. Таким образом, орт \bar{Y}_i принадлежит планетной системе координат, вращающийся относительно инерциальной системы отсчета с угловой скоростью \bar{U} , а орт \bar{X}_j принадлежит объектной системе координат вращающийся относительно инерциальной с угловой скоростью $\bar{\Omega}$, то

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Y}_i &= \bar{U} * \bar{Y}_i \\ \mathcal{X}_j &= \bar{\Omega} * \bar{X}_j \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Подставим (3) в (1) получим

$$\mathcal{E}_{ij} = (\bar{U} * \bar{Y}_i) * \bar{X}_j + \bar{Y}_i * (\bar{\Omega} * \bar{X}_j). \quad (4)$$

Вектор \bar{U} задан проекциями в планетной системе координат, а вектор $\bar{\Omega}$ представим через проекции в объектной системе координат

$$\left. \begin{aligned} \bar{U} &= \sum_{k=1}^3 U_k \bar{Y}_k \\ \bar{\Omega} &= \sum_{K=1}^3 \Omega_K \bar{X}_K \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Подставив (1) в (4), получим

$$\mathfrak{E}_{ij} = \sum \left[(U_k \bar{Y}_k * \bar{Y}_i) * \bar{X}_j + \bar{Y}_i * (\Omega_k \bar{X}_k * \bar{X}_j) \right]. \quad (6)$$

Используя (1), составим выражение

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}_j &= \sum_{m=1}^3 C_{mi} \bar{Y}_m \\ \bar{Y}_i &= \sum_{m=1}^3 C_{mi} \bar{X}_m \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Подставив (7) в (6) получим

$$\mathfrak{E}_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 \left\{ [(U_k * \bar{Y}_k) * \bar{Y}_m] * U_k C_{mj} + [\bar{X}_m * (\bar{X}_k * \bar{X}_j)] * \Omega_k C_{mi} \right\}. \quad (8)$$

Используя символ Леви-Чивита

$$\epsilon_{kim} = \begin{cases} 1 & \text{если } kим \text{ принимает значения } 123 \ 231 \ 312 \\ -1 & \text{если } kим \text{ принимает значения } 132 \ 213 \ 321, \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (9)$$

перепишем (8)

$$\mathfrak{E}_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 (\epsilon_{kim} U_k C_{mj} + \epsilon_{kim} \Omega_k C_{mi}) \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (10)$$

По определению кинематики:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= \bar{W} \\ \mathfrak{K} &= \bar{V} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Используя определение кажущегося ускорения полюса объекта

$$\bar{A} = \bar{W} - \bar{\delta} \quad (13)$$

где $\bar{\delta}$ - гравитационное ускорение.

С учетом (13), перепишем (11) так

$$\bar{W} = \overset{\circ}{V} = \bar{A} + \bar{\delta}. \quad (14)$$

Задав векторы \bar{V}, \bar{R} в объектной системе координат, вращающиеся относительно инерциальной с угловой скоростью $\bar{\Omega}$, запишем \bar{V}, \bar{R} и получим уравнения

$$\overset{\circ}{V} + \bar{\Omega} * \bar{V} = \bar{A} + \bar{\delta}; \quad (15)$$

$$\overset{\circ}{R} + \bar{\Omega} * \bar{R} = \bar{V}, \quad (16)$$

где $\overset{\circ}{V}, \overset{\circ}{R}$ - локальные производные по времени в объектной системе координат.

Перепишем (15), (16) в виде

$$\begin{cases} \overset{\circ}{V} = \bar{A} + \bar{\delta} - \bar{\Omega} * \bar{V}, \\ \overset{\circ}{R} = \bar{V} - \bar{\Omega} * \bar{R}. \end{cases} \quad (17)$$

$$(18)$$

При сферическом поле тяготения планеты силовая функция этого поля имеет вид

$$\Phi = \frac{\mu}{R_0 + R} = \frac{\mu}{R_0 + \sqrt{(R_1^Y)^2 + (R_2^Y)^2 + (R_3^Y)^2}} \quad (19)$$

где μ - константа, равная произведению массы планеты на ее гравитационную постоянную;

R_0 - радиус планеты.

Тогда вектор $\bar{\delta}$ определяется выражением

$$\bar{\delta} = \mathit{grad} \Phi = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \Phi}{\partial R_j^Y} * \bar{Y}_j, \quad (20)$$

где в силу (19)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial R_i^Y} = \frac{\mu R_i^Y}{(R_0 + R)^2 * R}, \quad (21)$$

$$R = \sqrt{(R_1^Y)^2 + (R_2^Y)^2 + (R_3^Y)^2} \equiv R_0 + \sqrt{(R_1^X)^2 + (R_2^X)^2 + (R_3^X)^2}. \quad (22)$$

Подставим (21) в (22) получим

$$\bar{\delta} = -\sum_{i=1}^3 \frac{\mu R_i^Y \bar{Y}_i}{(R_0 + R)^2 R} = \frac{\mu}{(R_0 + R)^2 R} * \sum_{i=1}^3 R_i^Y \bar{Y}_i. \quad (23)$$

Так как

$$\sum_{i=1}^3 R_i^Y \bar{Y}_i = \bar{R}, \quad (24)$$

то

$$\bar{\delta} = -\frac{\mu \bar{R}}{(R_0 + R)^2 * R}. \quad (25)$$

Обозначим

$$\frac{\mu}{\left[R_0 + \sqrt{(R_1^X)^2 + (R_2^X)^2 + (R_3^X)^2} \right]^2 * \sqrt{(R_1^X)^2 + (R_2^X)^2 + (R_3^X)^2}} \quad (26)$$

и заметим, что это функция переменных R_i^X . Используя (25), перепишем (26)

$$\bar{\delta} = \varphi \bar{R}. \quad (27)$$

Спроектировав (27) на оси системы координат $O_X X_1 X_2 X_3$, получим его в скалярной форме

$$\bar{\delta}_i^X = \varphi R_i^X, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (28)$$

Итак, при сферическом поясе тяготения планеты проекции вектора гравитационного ускорения полюса объекта на оси объектной системы координат являются нелинейными функциями проекций радиуса-вектора полюса объекта на оси этой же системы координат.

Запишем векторные уравнения (17), (18) в скалярной форме. Для этого умножим каждое из них на орт \bar{X}_j и получим

$$\mathbb{V}_i^X = A_i + \delta_i^X - (\bar{\Omega} * \bar{V}) * \bar{X}_j; \quad (29)$$

$$\mathbb{R}_i^X = V_i^X - (\bar{\Omega} * \bar{R}) * \bar{X}_j. \quad (30)$$

Векторы $\bar{\Omega}$, \bar{V} , \bar{R} заданы проекциями в объектной системе координат, поэтому (29), (30) перепишем в виде

$$\mathbb{V}_i^X = A_i + \delta_i^X - \left(\sum_{m=1}^3 \Omega_k \bar{X}_k * \sum_{m=1}^3 V_m^X \bar{X}_m \right) * \bar{X}_j, \quad (31)$$

$$\mathbb{R}_i^X = V_i^X - \left(\sum_{m=1}^3 \Omega_k \bar{X}_k * \sum_{m=1}^3 R_m^X \bar{X}_m \right) * \bar{X}_j. \quad (32)$$

Используя символ Леви-Чивита (9), перепишем (31), (32)

$$\mathbb{V}_i^X = A_i + \delta_i^X - \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 \epsilon_{kim} \Omega_k X_m^X, \quad (33)$$

$$\mathbb{R}_i^X = V_i^X - \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 \epsilon_{kim} \Omega_k R_m^X. \quad (34)$$

Векторы \mathbb{V} , \mathbb{R} представляются выражением через их проекции на оси объектной системы координат.

$$\bar{V} = \sum_{j=1}^3 V_j^X \bar{X}_j, \quad \bar{R} = \sum_{m=1}^3 R_m^X \bar{X}_m \quad (35)$$

Умножив каждое из этих выходных равенств на орт \bar{Y}_i скалярно и используя (1), получим

$$V_i^Y = \sum_{j=1}^3 C_{ij} V_j^X \quad (36)$$

$$R_i^Y = \sum_{j=1}^3 C_{ij} R_j^X \quad (37)$$

Итак, получены уравнения (10), (33), (34), формулы (26) и зависимости (28), (36), (37) позволяющие указать состав системы, генерирующий на борту объекта информацию о его ориентации, скоростях и координатах в пространстве.

Эта система должна, во первых, генерировать в каждый момент времени информацию о проекциях A_i , Ω_i векторов A , Ω . Во вторых, она должна запомнить информацию о гравитационном поле (величины μ , R_0 или силовую функцию $\Phi = \Phi(R_i^Y, i = 1, 2, 3)$) и проекции U_i^Y вектора \bar{U} угловой скорости планеты. В третьих, она должна иметь информацию о начальных условиях $C_{ij}(t_0)$, $V_i^X(t_0)$, $R_i^X(t_0)$. В четвертых, эта система должна иметь в своем составе вычислительное устройство, способное решать дифференциальные уравнения (10), (33), (34) в реальном масштабе времени.

Описанная система, в которой информация о проекциях A_i , Ω_i генерируется на инерциальной навигационной системе (ИНС).

Обобщенная блок-схема ИНС

Введем некоторые понятия и определения.

- **положение** объекта в пространстве будем определять координатами его полюса относительно базовой системы координат.
- **движение** объекта в пространстве будем определять проекциями вектора скорости его полюса на оси объектной или базовой системы координат.
- **ориентацию** объекта в пространстве будем определять направляющими косинусами от базовой к объектной системе координат.
- **навигационной информацией (НИ)** называется совокупность переменных, определяющих положение, движение и ориентацию объекта в пространстве в каждый момент времени.
- **априорной информацией (АИ)** называется совокупность величин и функций, определяющих гравитационное поле, вращение планеты и значение навигационной информации в начальный момент времени.
- **измеряемой информацией ($I_{ИЗМИ}$)** называется совокупность выходных сигналов инерциальных датчиков и других датчиков.
- **инерциальной информацией ($I_{НИ}$)** называется совокупность шести скалярных переменных, три из которых определяют поступательное движение, другие три – его угловое движение чаще всего, это три проекции вектора кажущегося ускорения полюса объекта и три проекции вектора его абсолютной угловой скорости на оси объектной системы координат.
- **алгоритм функционирования ИНС** называется последовательность измерительных и вычислительных операций выполнение которых позволяет получить навигационную информацию.

На рис.3 изображена обобщенная блок-схема ИНС, где указаны следующие блоки:

- 0 - блок хранения априорной информации (АИ);
- 1 - блок измеряемой информации ($I_{ИЗМИ}$);
- 2 - блок инерциальной информации ($I_{НИ}$);
- 3 - блок навигационной информации (НИ);
- 4 - базовое вычислительное устройство (БВУ);
- 5 - источник энергии (ИЭ).

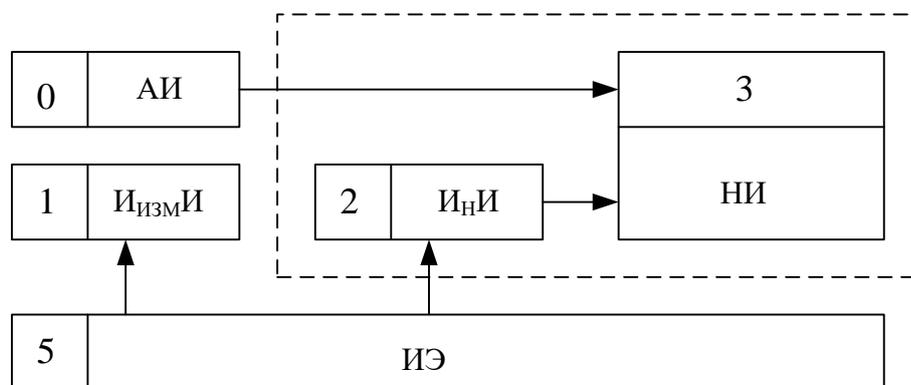


Рисунок 3

Блок «0» хранение априорной информации – это ЗУ БЦВМ.

Блок «1» измеряемой информации – это блок инерциальных – это блок инерциальных датчиков и других датчиков, генерирующих или непосредственно дающих инерциальную информацию, или информацию, позволяющую ее вычислить.

Блок «2» инерциальной информации – это или встроенный в блок 1 специальное вычислительное устройство или часть БЦВМ, обрабатывающая измеряемую информацию с целью получения инерциальной информации.

Блок «3» навигационной информации – это БВУ, в котором на основе априорной и инерциальной информации вычисляется навигационная информация.

Источник энергии «5» необходим для обеспечения работоспособности блоков 1-4.

Функционирование ИНС.

Математическая модель функционирования ИНС.

Этой моделью будем называть совокупность уравнений и формул, позволяющих составить алгоритм функционирования ИНС. Ранее были получены уравнения (10), (33), (34), и формулы (28), (36), (37). Запишем их в развернутой форме

$$\left. \begin{aligned}
 \mathcal{E}_{11} &= U_3 C_{21} - U_2 C_{31} + \Omega_3 C_{12} - \Omega_2 C_{13} \\
 \mathcal{E}_{12} &= U_3 C_{22} - U_2 C_{32} + \Omega_1 C_{13} - \Omega_3 C_{11} \\
 \mathcal{E}_{13} &= U_3 C_{23} - U_2 C_{33} + \Omega_2 C_{11} - \Omega_1 C_{12} \\
 \mathcal{E}_{21} &= U_1 C_{31} - U_3 C_{11} + \Omega_3 C_{22} - \Omega_2 C_{23} \\
 \mathcal{E}_{22} &= U_1 C_{32} - U_3 C_{12} + \Omega_1 C_{23} - \Omega_3 C_{21} \\
 \mathcal{E}_{23} &= U_1 C_{33} - U_3 C_{13} + \Omega_2 C_{21} - \Omega_1 C_{22} \\
 \mathcal{E}_{31} &= U_2 C_{11} - U_1 C_{21} + \Omega_3 C_{32} - \Omega_2 C_{33} \\
 \mathcal{E}_{32} &= U_2 C_{12} - U_1 C_{22} + \Omega_1 C_{33} - \Omega_3 C_{31} \\
 \mathcal{E}_{33} &= U_2 C_{13} - U_1 C_{23} + \Omega_2 C_{31} - \Omega_1 C_{32} \\
 \mathcal{V}_1^X &= A_1 + \delta_1^X - \Omega_2 V_3^X + \Omega_3 V_2^X \\
 \mathcal{V}_2^X &= A_2 + \delta_2^X - \Omega_1 V_3^X + \Omega_3 V_1^X \\
 \mathcal{V}_3^X &= A_3 + \delta_3^X - \Omega_1 V_1^X + \Omega_2 V_1^X \\
 \mathcal{R}_1^X &= V_1^X - \Omega_2 R_3^X + \Omega_3 R_2^X \\
 \mathcal{R}_2^X &= V_2^X - \Omega_1 R_3^X + \Omega_3 R_1^X \\
 \mathcal{R}_3^X &= V_3^X - \Omega_1 R_2^X + \Omega_2 R_1^X
 \end{aligned} \right\}. \tag{38}$$

$$\left. \begin{aligned} R_i^Y &= \sum_{j=1}^3 C_{ij} R_j^X, (i=1,2,3) \\ \bar{\delta}_i^X &= -\varphi R_i^X \\ V_i^Y &= \sum_{j=1}^3 C_{ij} V_j^X \end{aligned} \right\} . \quad (39)$$

Запишем (38) в матричной форме. Для этого введем матрицы

$$Y^{\bar{V}} = \left\| C_{11} C_{12} C_{13} C_{21} C_{22} C_{23} C_{31} C_{32} C_{33} V_1^X V_2^X V_3^X R_1^X R_2^X R_3^X \right\| \quad (40)$$

$$\left| \begin{array}{cccccccccccccccc} 0 & \Omega_3 & -\Omega_2 & U_3 & 0 & 0 & -U_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_3 & 0 & \Omega_1 & 0 & U_3 & 0 & 0 & -U_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 & 0 & 0 & U_3 & 0 & 0 & -U_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -U_3 & 0 & 0 & 0 & \Omega_3 & -\Omega_1 & U_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -U_3 & 0 & -\Omega_3 & 0 & \Omega_1 & 0 & U_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -U_3 & \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 & 0 & 0 & U_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ U_2 & 0 & 0 & -U_1 & 0 & 0 & 0 & \Omega_3 & -\Omega_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_2 & 0 & 0 & -U_1 & 0 & -\Omega_3 & 0 & \Omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_2 & 0 & 0 & -U_1 & \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_3 & -\Omega_2 & -\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_3 & 0 & \Omega_1 & 0 & -\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 & 0 & 0 & -\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Omega_3 & -\Omega_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\Omega_3 & 0 & \Omega_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 \end{array} \right|$$

$$A^{\bar{V}} = \left\| 00000000 A_1 A_2 A_3 000 \right\|. \quad (41)$$

Используя эти матрицы, запишем дифференциальные уравнения (38)

$$\dot{\mathbf{Y}} = P\mathbf{Y} + A \cong \dot{\mathbf{Y}} = \sum_{j=1}^{15} P_{ij} + A_j, \quad (42)$$

если бы множитель φ в (39) не был функцией переменных R_1^X , R_2^X , R_3^X , то компоненты матрицы P были бы только функциями времени. Поэтому, в общем случае, матричное дифференциальное уравнение (42) является нелинейным. В частном случае, когда величина φ можно считать постоянной, уравнение (42) является линейным с коэффициентом P , зависящим только от времени.

Алгоритм функционирования ИНС

На основе предыдущих результатов составим алгоритм функционирования ИНС. Он представляет собой следующие операции.

1. Задать:

t_0, t_{II} - интервал времени функционирования;

τ - шаг дискретности вычислений;

μ - гравитационная постоянная;

R_0 - радиус планеты (Земли).

$$\left. \begin{aligned} R_i^{X_0} &= R_i^X(t_0) \\ V_i^{X_0} &= V_i^X(t_0) \\ \mathcal{E} &= C_{ij}(t_0) \end{aligned} \right\} \text{ - начальные условия;}$$

2. $t = t_0$

$$Y_{3(i-1)+j} = C_{ij}^0, \quad (i, j = 1, 2, 3); \quad Y_1 \div Y_3;$$

$$Y_{(9+i)} = V_i^{X_0}, \quad (i, j = 1, 2, 3); \quad Y_{10} \div Y_{12};$$

$$Y_{(12+i)} = R_i^{X_0}, \quad (i, j = 1, 2, 3); \quad Y_{13} \div Y_{15};$$

3.

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^3 [Y_{(12+i)}]^2};$$

$$U = U_i(t), \quad \Omega_i = \Omega_i(t);$$

$$A_i = A_i(t);$$

4.

$$\varphi = \frac{\mu}{(R_0 + R)^2 * R};$$

5.

$$P_{ij} = 0, \quad (i, j = 1, \dots, 15); \quad A_i = 0, \quad (i, j = 1, \dots, 15);$$

$$P_{1,2} = \Omega_3; \quad P_{1,3} = -\Omega_2; \quad P_{1,4} = U_3; \quad P_{1,7} = -U_2;$$

.

.

.

$$P_{15,12} = 1; \quad P_{15,13} = \Omega_2; \quad P_{15,14} = -\Omega_1;$$

$$A_{10} = A_1, \quad A_{11} = A_2, \quad A_{12} = A_3;$$

6.

$$Y_i = Y_i + \tau \left(\sum_j^{15} P_{ij} Y_j + A_i \right), \quad (i, = 1, \dots, 15)$$

7. Вывести Y_i - переменные навигационной информации;

8. $t = t + \tau$;

9. Если $(t + t_{\Pi}) \leq \theta$, то идти к 2. Если $(t + t_{\Pi}) > \theta$, то идти к 10.

10. Закончить.

На основании этого алгоритма можно предъявить требования к бортовому вычислительному устройству ИНС, то есть определить объем памяти, определить быстродействие этого устройства.

Основные классы ИНС

Бесплатформенные ИНС.

Схема бесплатформенной ИНС (БИНС) представлена на рис. 4. Блок 1 измеряемой информации представляет собой три датчика поступательного движения и три датчика углового движения, установленные по осям связанной с объектом системы координат. Блоки 0, 3 имеют те же функциональные назначения, что и в обобщенной блок-схеме (рис. 3).

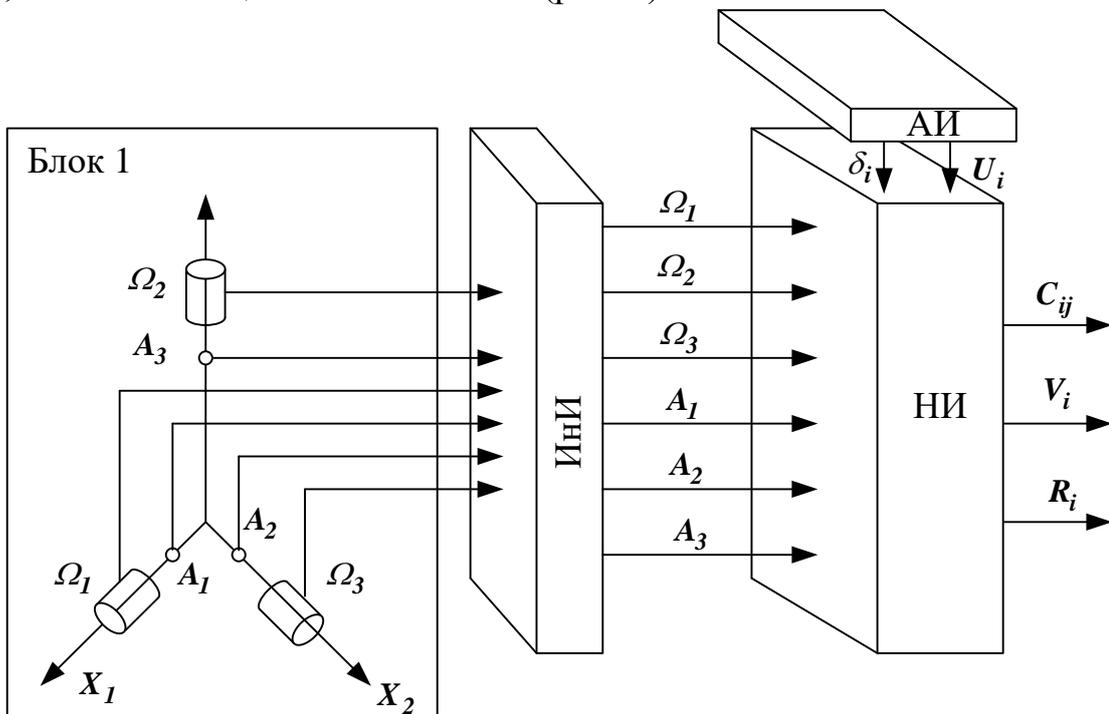


Рисунок 4

Если в качестве датчиков поступательного движения используются акселерометры, а в качестве датчиков углового движения – гироскопические датчики угловой скорости, то блок 1 выдает специальную информацию, а значит, блок 2 в этом случае не нужен.

Алгоритм функционирования БИНС представляет собой общий алгоритм функционирования ИНС.

Платформенные ИНС.

Блок схема платформенной ИНС представлена на рис. 5.

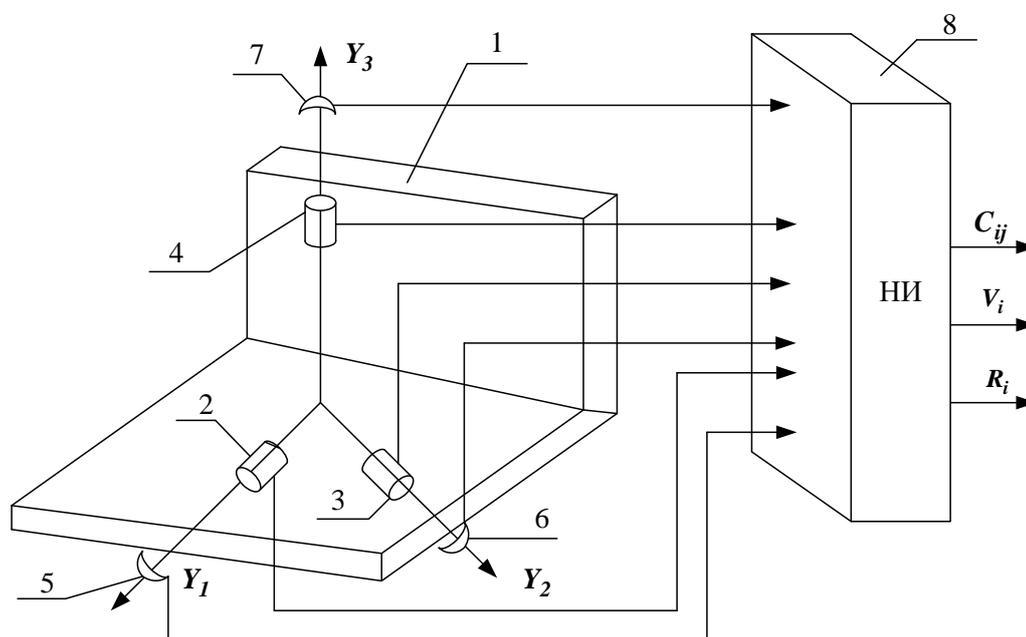


Рисунок 5

На объекте 0 установлена стабилизационная платформа 1, на которой жестко закреплены инерциальные датчики 2, 3, 4 поступательного движения. По осям стабилизации платформы установлены (ДУ) датчики углов 5, 6, 7 ее поворотов относительно объекта. ДУ и инерциальные датчики подключены к БЦВМ (8). По информации с ДУ в БЦВМ вычисляется информация об ориентации объекта, а по информации с инерциальных датчиков поступательное движение вычисляется информация о движении и положении объекта.

Стабилизированная платформа может быть реализована с помощью ГСП (3-х осный ГС). Инерциальные датчики поступательного движения – это либо акселерометры, либо гидроинтеграторы линейных ускорений.

Существует 3 типа платформенных ИНС: геометрическая, полуаналитическая, аналитическая. Они отличаются друг от друга видом стабилизированной платформы и количеством вычислительных операций, требующих для вычисления информации о движении и положении объекта. В ИНС геометрического типа таких операций наименьшее количество, в ИНС аналитического типа наибольшее.

Простейшая схема платформенной ИНС – это система, в которой платформа физически моделирует географическую систему координат, а на платформе установлены взаимно ортогонально три акселерометра, а сигналы с этих акселерометров подаются на другие интеграторы; выходные сигналы тех и других интеграторов - это и есть выходная интегрирующая информация.

ЛЕКЦИЯ

НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

1. Общие сведения

Основной задачей навигации или самолетовождения является вывод ЛА с допустимой степенью точности в заданный пункт по заданному маршруту и в заданное время.

В навигационной практике существует несколько навигации, представляющих собой совокупность взаимосвязанных вычислительных операций, позволяющих определить текущее значение координат местоположения и составляющие скорости ЛА в выбранной системе отсчета на основании измерений первичных навигационных параметров.

Навигационные устройства, использующие различные методы навигации, отличаются друг от друга способами получения первичной навигационной информации (инерциальные, радиотехнические, астрономические, светотехнические, геотехнические) характером взаимодействия с окружающей средой (автономные, неавтономные, смешанные) и способом определения координат местоположения ЛА (счисления пути, линий и поверхностей положения и обзорно-сравнительный).

Метод счисления пути

Этот метод навигации основан на получении координат местонахождения путем интегрирования по времени измеренных скоростей или ускорений и реализуется на основе воздушного, доплеровского и инерциального способов их измерения.

Воздушное счисление пути заключается в определении координат местоположения ЛА путем интегрирования составляющих его воздушной истинной скорости $V_{ист}^*$ и скорости ветра U в горизонтальной системе координат XOY , повернутой по отношению к географической системе координат на угол φ_k . При этом ось OY совпадает с заданным направлением полета. Тогда составляющие пути будут представлять путь, пройденный в заданном направлении (составляющая по оси OY), и боковое отклонение от заданного направления (составляющая по оси OX). Условием полета по заданной траектории будет $X = 0$.

Пусть самолет в рассматриваемый момент времени находится в точке O (рис. 1). Его движение характеризуется истинной скоростью V и курсом ψ . Перемещение ЛА относительно Земли определяется путевой скоростью W и путевым углом ПУ, равным сумме:

$$ПУ = \psi + \beta_c$$

где β_c - угол сноса.

Угол β_c - это угол между горизонтальными проекциями истинной воздушной скорости V и путевой скорости W , где $\bar{W} = \bar{V} + \bar{U}$.

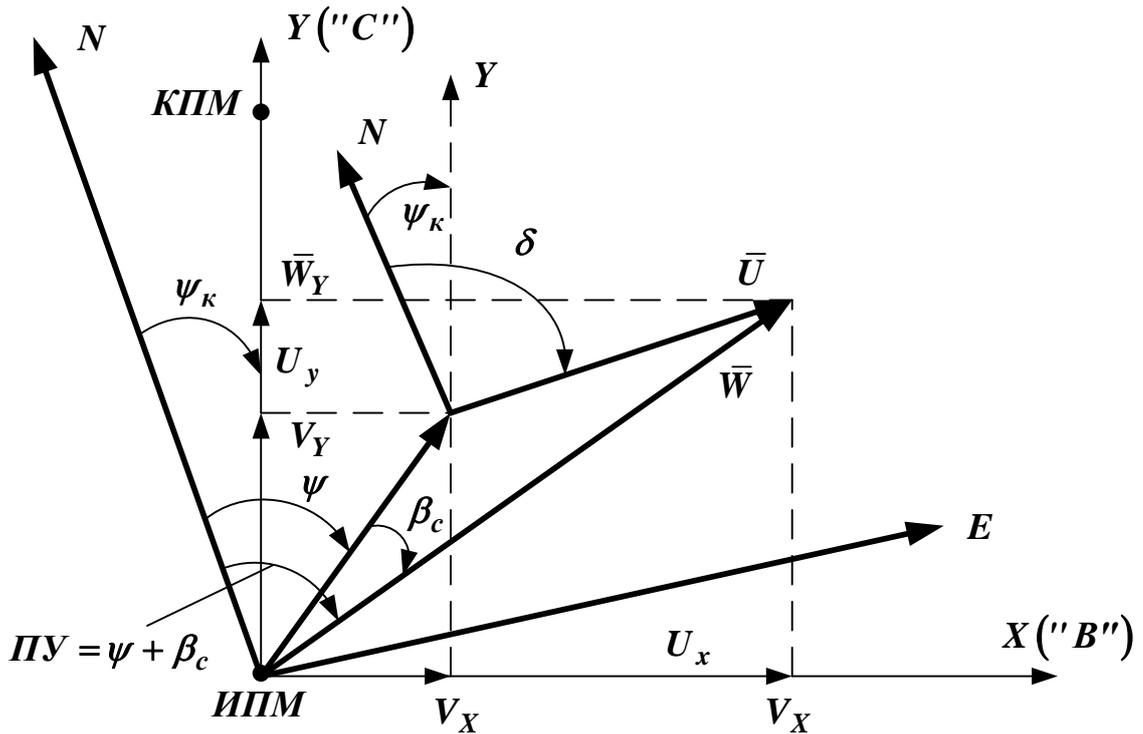


Рисунок 1 Условная прямоугольная система координат

Параметрами, характеризующими ветер, является скорость ветра U и его направление δ .

Проекциями \bar{W} на оси угловой системы координат XOY будут:

$$\begin{cases} W_Y = W \cos(\Pi Y - \psi_k) = V \cos(\psi - \psi_k) + U \cos(\delta - \psi_k) = V_y + U_y \\ W_X = W \sin(\Pi Y - \psi_k) = V \sin(\psi - \psi_k) + U \sin(\delta - \psi_k) = V_x + U_x \end{cases}$$

Поскольку векторы \bar{V} и \bar{U} в процессе полета не являются *const*, то для получения составляющих пути в направлении координатных осей необходимо интегрировать составляющие путевой скорости W_X и W_Y :

$$Y = Y_0 + \int_0^t (V_y + U_y) dt = Y_0 + \int_0^t [V \cos(\psi - \psi_k) + U \cos(\delta - \psi_k)] dt ; \quad (1)$$

$$X = X_0 + \int_0^t (V_x + U_x) dt = X_0 + \int_0^t [V \sin(\psi - \psi_k) + U \sin(\delta - \psi_k)] dt . \quad (2)$$

Системы, определяющие координаты ЛА согласно уравнениям (1) и (2), называются навигационными автоматами, например НВУ-ВИ – навигационное вычислительное устройство.

Во всех системах счисления пути истинная воздушная скорость измеряется датчиком типа ДВС, либо выдается централью скорости или высоты (ЦСВ или СВС).

Сигналы курса ψ поступают либо от компаса, либо от курсовой системы.

Угол карты ψ_K , а также скорость ветра U и угол направления ветра δ вводятся вручную в устройство, называемое задатчиком ветра (ЗВ). Данные о ветре выдают метеостанции или измеряются на борту оптическими или радиотехническими средствами.

Метод доплеровского счисления пути

Метод доплеровского счисления пути является более точным, так как для своей реализации он не требует данных о параметре ветра.

Здесь координаты ЛА определяются путем интегрирования горизонтальных составляющих путевой скорости W , измеряемой бортовой доплеровской станцией. Измерители путевой скорости и сноса ДИСС имеют погрешность измерения $W \leq \pm 0,5\%$, а $\beta_c = \pm 0,3^\circ$. При доплеровском счислении пути координаты X , Y определяются уравнениями:

$$X = X_0 + \int_0^t W_x dt = X_0 + \int_0^t W \sin(\psi - \psi_K + \beta_c) dt; \quad (3)$$

$$Y = Y_0 + \int_0^t W_y dt = Y_0 + \int_0^t W \cos(\psi - \psi_K + \beta_c) dt. \quad (4)$$

Система ЗУК – задатчик угла карты служит для ввода в навигационное устройство углов курса ψ и угла карты ψ_K .

Доплеровское счисление пути – основной режим работы ряда современных комплексных навигационных систем, примером которого служит автоматическое навигационное устройство АНУ-1.

Автоматическое навигационное устройство АНУ-1

В навигационном устройстве АНУ-1 используется доплеровское и воздушное счисление пути, что повышает его надежность и помехозащищенность. В обоих случаях для определения координат необходимо интегрировать путевую скорость W .

Счисление пути производится в условной прямоугольной системе координат XOY , развернутой относительно географической системе координат NOE на угол карты ψ_K (см. рис. 1). Причем ось Y (направление на условный север «С») проходит исходный **ИПМ** и конечный **КПМ** пункты маршрута. При этом ось X направлена на условный восток «В».

При доплеровском счислении пути на основе информации:

- о курсе ψ , поступающей от курсовой системы КС;
- об угле карты ψ_K , вводимого вручную летчиком;

- об угле сноса β_c и путевой скорости W , измеряемых с помощью ДИСС, строится вектор \bar{W} и раскладывается на составляющие W_x и W_y .

Интегрируя эти составляющие с учетом начальных координат X_0 и Y_0 , получают по уравнениям (3) и (4) текущие координаты в направлении на условный север «С» и в направлении на условный восток «В».

Доплеровский измеритель подвержен воздействию естественных (при полете над морем и в горах) и искусственных помех, поэтому в указанных случаях ДИСС отключается и координаты X , Y вычисляются методом воздушного счисления. При этом строятся векторы истинной воздушной скорости \bar{V} , измеренный с помощью датчика истинной воздушной скорости \bar{V} и скорости ветра \bar{U} , (передаваемые скорость ветра и угла ветра с метеостанций по каналу радиосвязи или измеряются на борту). Затем векторы \bar{V} и \bar{U} раскладываются по осям условной системы координат и их суммы интегрируются по уравнениям (1) и (2).

Функциональная схема АНУ-1 приведена на рис. 2.

АНУ-1 имеет три режима работы:

1. ДИСС – режим доплеровского счисления пути (основной).

Переключатель **В1** включен и значения W и β_c , измеренные ДИСС подаются в блок коммутации (**БК**). При этом W поступает на синусно-косинусный потенциометр **СКП1**, а β_c – на сумматор **С1**, где суммируются β_c с $(\psi - \psi_k)$, подаваемой от датчика **ЗУК**. Величина $\psi - \psi_k + \beta_c$ подается тоже в **СКП1**, на выходе которого формируются составляющие путевой скорости:

$$W_y = W \cos(\psi - \psi_k + \beta_c)$$

и

$$W_x = W \sin(\psi - \psi_k + \beta_c)$$

Затем эти составляющие через нормально замкнутые контакты реле **P1-3** и **P2-2** поступают на счетчик координат **С4**, где интегрируются с помощью интегрирующих двигателей с учетом начальных координат, в результате чего стрелки "С" и "В" счетчика повернуться на углы, пропорциональные вычисленным координатам Y и X в километрах.

Одновременно составляющие W_y и W_x через нормально замкнутые контакты реле **P1-2** поступают на сумматор **С2** угла «Память ветра» УПВ. На этот сумматор подаются составляющие $V_y = V \cos(\psi - \psi_k)$ и $V_x = V \sin(\psi - \psi_k)$ истинной воздушной скорости, формируемые синусно-косинусным потенциометром **СКП2**, на который от **ЗУК** поступает разность $\psi - \psi_k$, а от датчика воздушной скорости **ДВС** – величина V , вычисляемая **ДВС** на основе полного P_n и статического $P_{ст}$ давлений, подаваемых от **ПВД**, и температуры T_n наружного воздуха, поступающего от приемника t^0C **П-1**.

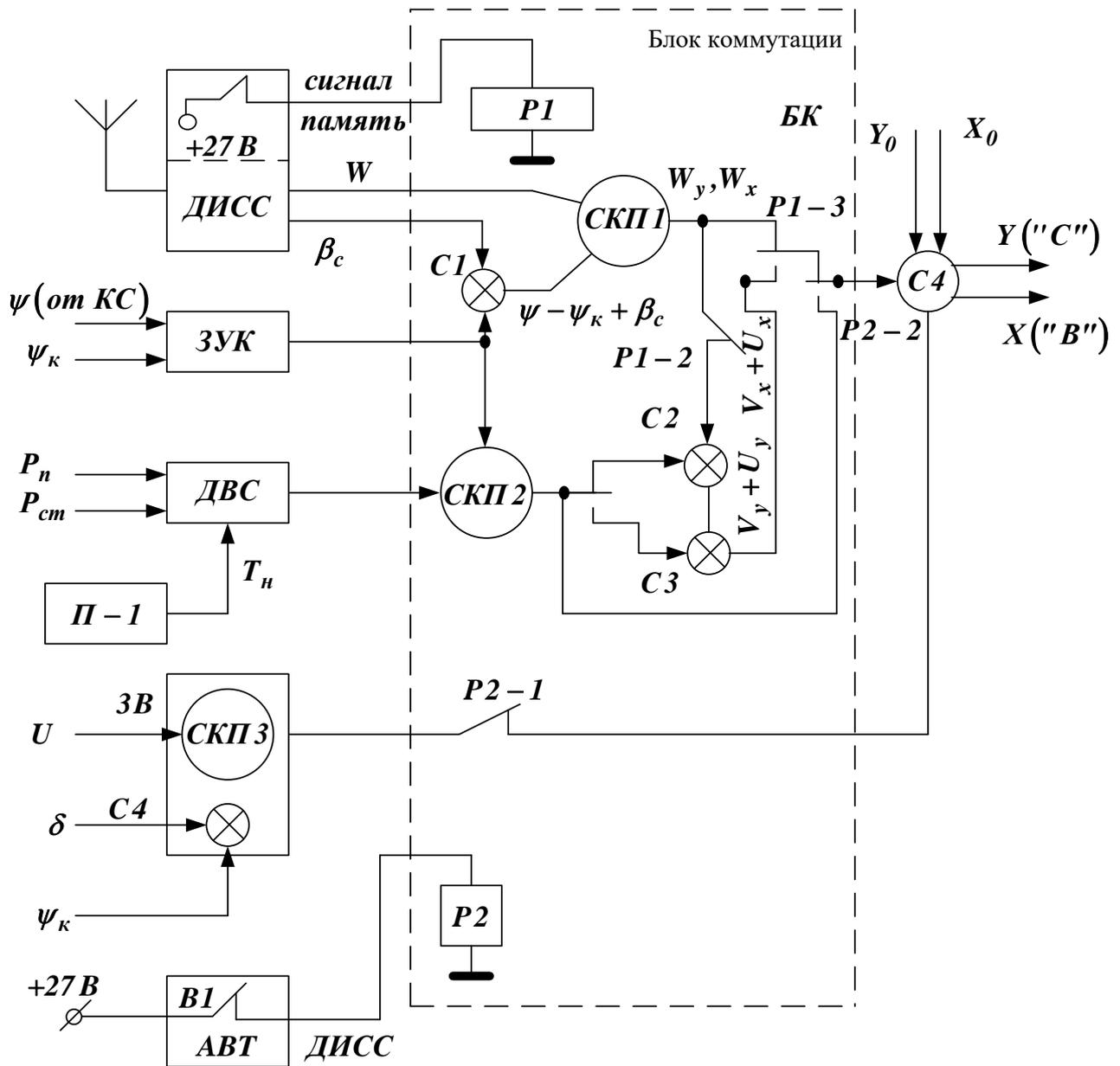


Рисунок 2 Автоматическое навигационное устройство АНУ-1

В сумматоре $C2$ вычисляются составляющие скорости ветра в виде $U_y = W_y - V_y$ и $U_x = W_x - V_x$.

2. «Память».

«Память» – промежуточный режим работы АНУ-1, использующий для формирования составляющих W_y и W_x вычисленных в узлах «Память ветра» значения U_y и U_x , а так же составляющие V_y и V_x идущие с выхода $СКП2$.

В случае естественных и искусственных помех, а так же при больших углах крена $ДИСС$ автоматически отключается. При этом с $ДИСС$ на реле $P1$ блока коммутации ($БК$) поступает сигнал «память» в виде сигнала $+27В$, что приводит отключению выхода $СКП1$ от $C4$ (контакты $P1-3$ устанавливаются вниз) и от сумматора $C2$ (контакт $P1-2$ размыкаются), а так же к переключению выхода $СКП2$ от сумматора $C2$ к сумматору $C3$ (контакты $P1-1$ устанавливаются вниз).

В результате на сумматор *С3* поступают вычисленные и запомненные в *С2* составляющие U_y и U_x скорости ветра и от *СКП2* составляющие V_y и V_x истинной воздушной скорости. В сумматоре *С3* суммируются $V_y + U_y$ и $V_x + U_x$ и через замкнутые контакты *P1-3* и *P2-2* подаются для интегрирования в счетчик.

Информация о ветре, запомненная в *С2* быстро устаревает, поэтому через двадцать, тридцать минут после отключения *ДИСС* необходимо перейти в автономный режим.

3. «Автономный» режим.

Автономный режим АНУ-1 основан на воздушном счислении. Для перевода системы в этом режиме переключатель *В1* устанавливают «*АВТ*», что приводит к срабатыванию реле *P2*, контакты которого *P2-1* замыкаются, а *P2-2* – устанавливаются вниз.

На задатчике ветра *ЗВ* вручную вводятся значения U скорости ветра (поступает на синусно-косинусный потенциометр *СКП3*), угла ветра δ и угла карты ψ_k (которые сначала поступают в сумматор *С4*, а затем – в *СКП3*). При этом на выходе *ЗВ* формируются составляющие ветра в виде $U_y = U \cos(\delta - \psi_k)$ и $U_x = U \sin(\delta - \psi_k)$.

Составляющие U_y и U_x скорости ветра и V_y , V_x истинной воздушной скорости подаются на счетчик *С4* для суммирования.

При возобновлении работы *ДИСС* реле *P1* обесточивается, переключатель *В1* ставят в положение «*ДИСС*», при этом реле *P2* обесточивается и схема приходит в режим «*ДИСС*».

Погрешность счисления в процентах от пройденного пути составляет в режиме «*ДИСС*» – 1,75%; в режиме «*память*» – 1,75...3%; в режиме «*Автономный*» – до 6%.

Навигационное вычислительное устройство НВУ-ВИ

НВУ-ВИ служит для решения следующих задач:

- Определение условных прямоугольных координат X , Y ЛА;
- Определение полярных координат объекта (цели) с известными прямоугольными координатами;
- Коррекция по данным РЛС вычисляемых прямоугольных координат летательного аппарата;
- Расшифровка объектов, видимых на экране РЛС.

Комплектация НВУ-ВИ представлена на рис. 3.

НВУ-ВИ состоит:

- указателя-задатчика координат *В-2А* для вычислителя и отсчета прямоугольных координат X , Y и ввода координат цели;
- блока навигационного построителя *В-4В* для определения вектора путевой скорости;
- блока преобразователя координат *В-3Б* прямоугольных в полярные;
- указателя дальности до цели *В-5А*;

вычисляются W и путевой угол $ПУ$, отсчитываемый от оси Y и определяемый из соотношения (рис.4).

$$ПУ = \arctg \frac{W_x}{W_y}.$$

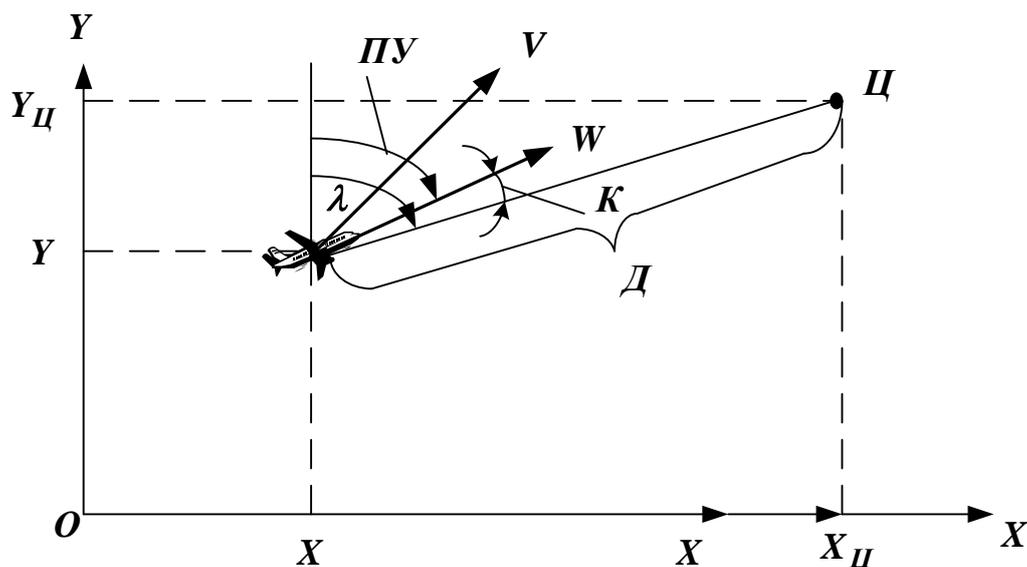


Рисунок 4 Полярная система координат

Сигналы $ПУ$ из навигационного построителя $B-4B$ поступает в блок преобразователя координат $B-3B$ для определения угла доворота на цель.

Модуль вектора путевой скорости W в блоке $B-4B$ вычисляется по формуле

$$W = \sqrt{W_y^2 + W_x^2} = \sqrt{(V_y + U_y)^2 + (U_x + V_x)^2}.$$

Составляющие W_x и W_y интегрируются в указателе задатчика координат $B-2A$.

Вычисляемые координаты самолета X , Y и вводимые вручную координаты цели $X_{ц}$ и $Y_{ц}$ индицируются на счетчиках указателя-задатчика. Выход блока $X_{ц} - X$ и $Y_{ц} - Y$ поступают в преобразователь координат и радиолокационный прицел. В блоке преобразования координат вычисляются полярные координаты цели $Ц$ - дальность до цели $Д$ и угол доворота $К$ (УД) на цель.

Дальность до цели находится из соотношения:

$$Д = \sqrt{(V_y + U_y)^2 + (U_x + V_x)^2}.$$

Угол доворота $К$ (угол между вектором \vec{W} и направлением на цель) определяется:

$$К = \lambda - ПУ,$$

где $\lambda = \arctg \frac{X_{ц} - X}{Y_{ц} - Y}$ - пеленг цели – угол между осью Y и направлением на цель.

Сигналы дальности обрабатываются и индицируются на указателе дальности $B-5A$, а угол K указателем $УГР-4У$ курсовой системы.

Погрешность системы $\leq 2,2\%$ от пройденного расстояния.