

## Лекция №7

### Раздел 2. Этапы построения математической модели.

#### Введение.

Процесс создания математических моделей трудоемок, длителен и связан с использованием труда различных специалистов достаточно высокого уровня, обладающих хорошей подготовкой как в предметной области, связанной с объектом моделирования, так и в области прикладной математики, современных численных методов, программирования, знающих возможности и особенности вычислительной техники. Отличительной особенностью математических моделей, создаваемых в настоящее время, является их комплексность, связанная со сложностью моделируемых объектов. Например, при моделировании процессов деформирования различных конструкций под действием приложенной нагрузки приходится учитывать не только происходящие при деформировании процессы массопереноса, но и теплоперенос, связанное с этим изменение структуры и свойств материала, влияние различных видов излучения, воздействие гравитационных и электромагнитных полей, предыстории деформирования. Кроме того, для современных моделей характерно представление объекта моделирования в виде более или менее сложной системы взаимодействующих элементов. Все отмеченные выше особенности приводят к усложнению модели, к необходимости совместного использования множества теорий, применения современных вычислительных методов и вычислительной техники для получения и анализа результатов моделирования.

Наблюдаемое в настоящее время внедрение вычислительной техники во все сферы человеческой деятельности привело к повсеместному использованию математических моделей. Данное обстоятельство связано с тем, что ЭВМ - это только "железо", "умным" и полезным его делают программы, которые в большинстве случаев являются реализациями алгоритмов соответствующих математических моделей. Все это приводит к необходимости создания большого количества разнообразных математических моделей с широкими возможностями, удовлетворяющими различным, зачастую противоречивым, требованиям. Удовлетворить всем наложенным требованиям в одной модели в случае сложных объектов, как правило, невозможно. Поэтому приходится создавать целый спектр моделей одного и того же объекта (в некоторых случаях - иерархическую совокупность "вложенных" друг в друга моделей), каждая из которых наиболее эффективно решает возложенные на нее задачи моделирования. Так, модели, ориентированные на исследовательские цели, способны моделировать объект в широком диапазоне исходных параметров с удовлетворительной точностью. При этом

практически нет ограничений на сложность подобной модели, а также на время, затрачиваемое на получение результатов. Исследовательские модели могут быть ориентированы как на получение количественных, так и качественных результатов. Модели, используемые в автоматизированных системах управления (АСУ), в отличие от исследовательских имеют достаточно жесткие ограничения на время, затрачиваемой на получение результатов, а также - на точность самих результатов.

Необходимость в массовом создании моделей требует разработки некоторой совокупности правил и подходов, которые позволили бы снизить затраты на создание модели и уменьшить вероятность появления трудно устранимых впоследствии ошибок. Подобную совокупность правил можно было бы назвать *технологией создания математических моделей*.

Процесс создания любой математической модели представляется возможным рассматривать как последовательность этапов, изображенных на рис.2.1.

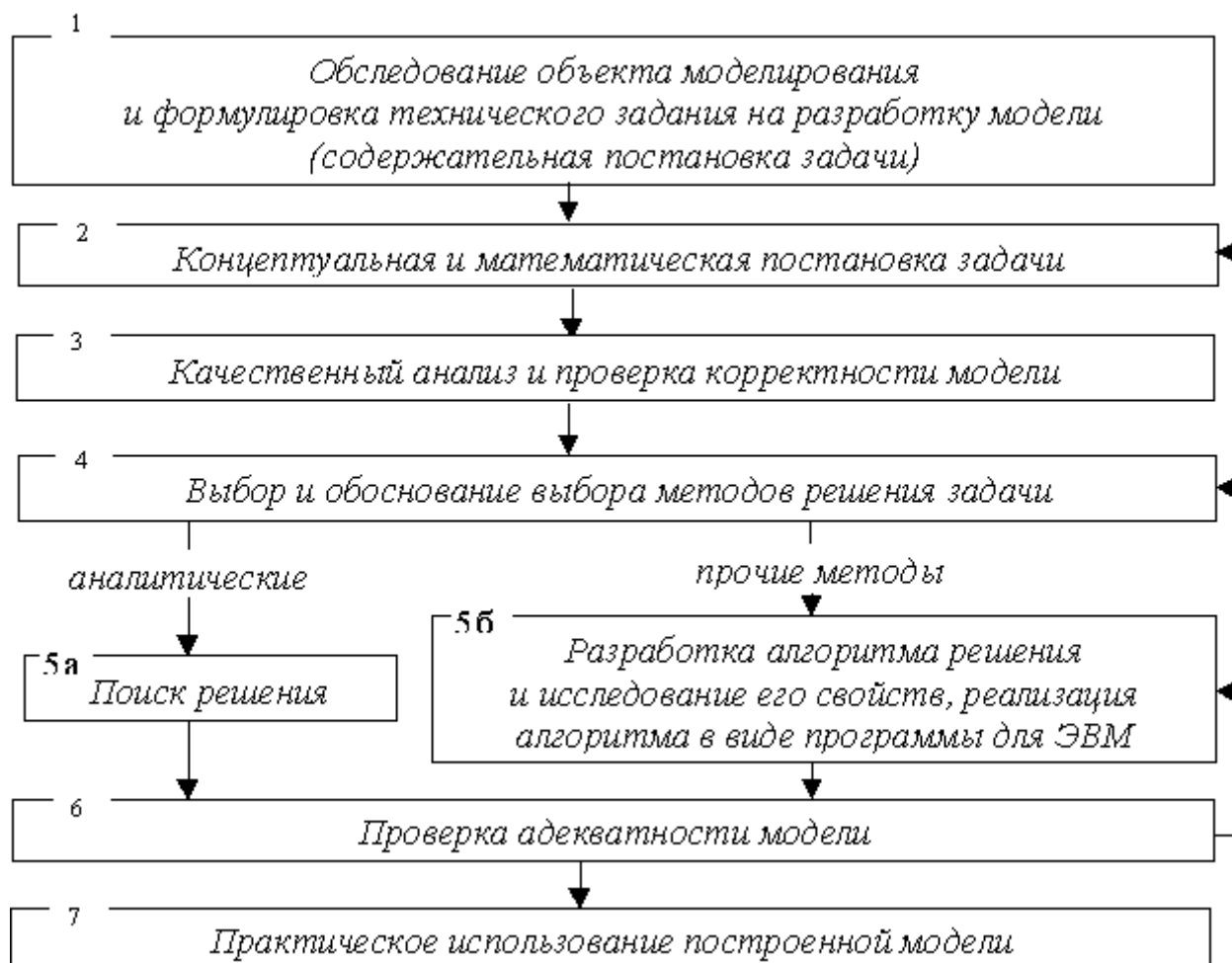


Рис. 2.1. Этапы построения математической модели

## Обследование объекта моделирования

Математические модели, особенно использующие численные методы и вычислительную технику, требуют для своего создания значительных интеллектуальных, финансовых и временных затрат. Поэтому решение о создании новой модели принимается лишь в случае отсутствия иных, более простых путей решения возникших проблем (например, модификации одной из существующих моделей). Необходимость в новой модели может возникнуть в связи с проведением научных исследований (особенно - на стыке различных областей знания), выполнением проектных и конструкторских работ на производстве, созданием систем автоматического управления, планирования и контроля. Человека или организацию, заинтересованных в создании новой математической модели, для краткости будем называть *заказчиком*. После принятия решения о необходимости создания новой математической модели заказчик ищет *исполнителя* своего заказа. В качестве исполнителя, как правило, может выступать рабочая группа, включающая специалистов разного профиля: прикладных математиков, специалистов, хорошо знающих особенности объекта моделирования, программистов.

Итак, если решение о создании модели принято, и рабочая группа сформирована, то можно приступать к этапу обследования объекта моделирования. Основной целью данного этапа является подготовка содержательной постановки задачи моделирования.

Перечень сформулированных в содержательной (словесной) форме основных вопросов об объекте моделирования, интересующих заказчика, составляет содержательную постановку задачи моделирования.

Подготовка списка вопросов, на которые должна ответить новая модель, зачастую является самостоятельной проблемой, требующей для своего решения специалистов со специфическими знаниями и способностями. Они должны не только хорошо разбираться в предметной области моделирования, знать возможности современной вычислительной математики и техники, но и быть достаточно коммуникабельными, то есть уметь общаться с людьми. Подобных специалистов в настоящее время называют постановщиками задач. Источником информации для постановщика могут служить беседы с представителями заказчика, имеющаяся информация об объекте моделирования (в особенности - данные экспериментальных исследований), а также модели, разработанные ранее. На основании анализа всей собранной информации постановщик задачи должен сформулировать такие требования к будущей модели, которые, с одной стороны, удовлетворяли бы заказчика; с другой стороны, реализация модели должна быть осуществлена в заданные сроки в рамках выделенных материальных средств. Специалисты - постановщики должны обладать способностью из большого объема слабо формализованной разнообразной информации об

объекте моделирования, из различных, не четко высказанных и сформулированных пожеланий и требований заказчика к будущей модели, выделить то главное, что может быть действительно реализовано. Из перечисленных требований к постановщикам задач видно, насколько велика ответственность, возложенная на них, и насколько могут быть тяжелы ошибки и просчеты, допущенные ими. Неправильная оценка срока и стоимости реализации требуемой модели может привести к неудаче всего проекта, к напрасной потере времени и средств. Специалисты, предрасположенные к работе в качестве постановщиков задач, особенно ценятся и являются, без преувеличения, золотым фондом научных коллективов. По этому поводу Г.Биркгоф отмечает, что прикладники-математики, *"способные к глубокому общению с другими учеными и инженерами и знакомые с мощью и ограничениями цифровых машин, ... призваны стать вожжами завтрашнего математического мира, но их будет крайне трудно найти и развить"* [1]. С учетом данного высказывания, а также имея в виду конечную цель деятельности рабочей группы - построение математической модели, - представляется целесообразным рекомендовать в качестве руководителя группы именно прикладника-математика.

Этап обследования проводится членами рабочей группы под руководством постановщиков задач и включает следующие работы:

- тщательное обследование собственно объекта моделирования с целью выявления основных факторов, механизмов, определяющих его поведение, определения соответствующих параметров, позволяющих описывать моделируемый объект,
- сбор и проверка имеющихся экспериментальных данных об объектах - аналогах, проведение при необходимости дополнительных экспериментов,
- аналитический обзор литературных источников, анализ и сравнение между собой построенных ранее моделей данного объекта (или подобных рассматриваемому объекту),
- анализ и обобщение всего накопленного материала, разработка общего плана создания математической модели.

На основе собранной информации об объекте моделирования постановщики совместно с заказчиком формулируют содержательную постановку задачи моделирования, которая, как правило, не бывает окончательной и может уточняться и конкретизироваться в процессе разработки модели. Однако, с учетом изложенного выше, все последующие уточнения и изменения содержательной постановки должны носить частный, не принципиальный характер. Если объектом моделирования является технологический процесс, машина, конструкция или деталь, то содержательную постановку задачи моделирования очень часто называют технической постановкой задачи.

Весь собранный в результате обследования материал о накопленных к данному моменту знаниях об объекте, содержательная постановка задачи моделирования, дополнительные требования к реализации модели и представлению результатов оформляются в виде технического задания на проектирование и разработку модели.

Техническое задание является итоговым документом, заканчивающим этап обследования. Как уже отмечалось, данный этап является очень важным и ответственным. Чем более полную информацию удастся собрать об объекте на этапе обследования, тем более четко можно выполнить содержательную постановку задачи, более полно учесть накопленный опыт и знания, избежать многих сложностей на последующих этапах разработки модели. Особенно строго необходимо формулировать требования к будущей модели. Неконкретные и нечеткие требования могут серьезно затруднить процесс сдачи модели заказчику, вызвать бесконечные доработки и улучшения. В целом этап проработки технического задания может составлять до 30% времени, отпущенного на создание всей модели, а с учетом возможного уточнения и переформулировки - и более.

Учитывая огромную важность рассматриваемого этапа, техническое задание следует подвергать внутренней (внутри организации) и внешней экспертизе независимыми экспертами, не участвующими в его разработке. Обязательным условием на этапе разработки технического задания является участие в его обсуждении всех членов рабочей группы.

**Пример:**

***Содержательная постановка задачи о баскетболисте***

Разработать математическую модель, позволяющую описать полет баскетбольного мяча, брошенного игроком в баскетбольную корзину.

**Модель должна позволять:**

- вычислять положение мяча в любой момент времени;
- определять точность попадания мяча в корзину после броска при различных начальных параметрах.

**Исходные данные:**

- масса и радиус мяча;
- начальные координаты, начальная скорость и угол броска мяча;
- координаты центра и радиус корзины.