

## Лекция №2

### Раздел 1. Основные понятия. Технологии построения моделей.

#### КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ

Отмеченная выше неоднозначность термина “модель”, огромное количество типов моделирования и их быстрое развитие затрудняет в настоящее время построение логически законченной, удовлетворяющей всех классификации моделей. Любая подобная классификация условна в силу того, что она отражает, с одной стороны, пристрастия авторов, а с другой — ограниченность их знаний в конечном числе областей научного познания. Данную классификацию следует рассматривать как попытку построения некоторого инструмента или модели для исследования свойств и характеристик самого процесса моделирования.

Как уже было отмечено, в настоящее время существует несколько подходов к моделированию, которые условно можно объединить в две большие группы: материальное (“овеществленное”, предметное) и идеальное (мысленное или теоретическое) моделирование. Учитывая, что идеальное моделирование является первичным по отношению к материальному (вначале в сознании человека формируется идеальная модель, а затем на ее основе строится материальная), существующие типы моделирования можно представить следующей схемой (рис. 1). Знакомство с видами моделирования начнем с материального, которое хотя и является вторичным, но более наглядно и просто для понимания.

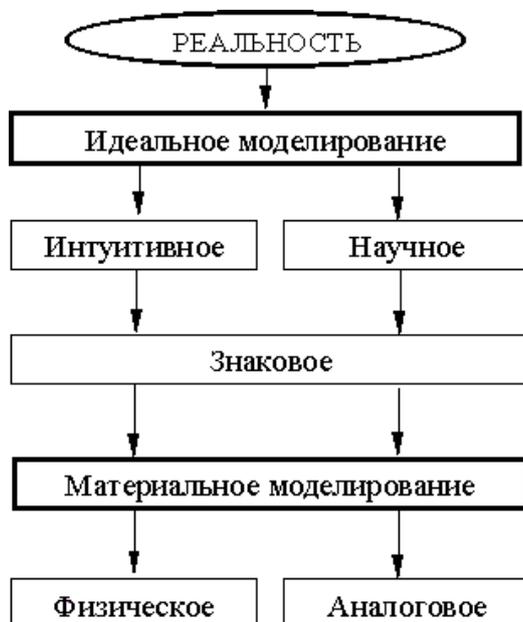


Рис. 1 Типы моделирования

## Материальное моделирование

Основными разновидностями материального моделирования являются физическое и аналоговое моделирование. При этом оба вида материального моделирования основаны на свойствах геометрического или физического подобия. Две геометрические фигуры подобны, если отношение всех соответственных длин и углов одинаковы. Если известен коэффициент подобия — масштаб, то простым умножением размеров одной фигуры на величину масштаба получают размеры другой, ей подобной геометрической фигуры. Два явления физически подобны, если по заданным характеристикам одного можно получить характеристики другого простым пересчетом, который аналогичен переходу от одной системы единиц измерения к другой. Изучением условий подобия явлений занимается теория подобия.

Физическое моделирование - это такое моделирование, при котором реальному объекту ставится в соответствие его увеличенный или уменьшенный материальный аналог, допускающий исследование (как правило, в лабораторных условиях) с помощью последующего перенесения свойств изучаемых процессов и явлений с модели на объект на основе теории подобия.

К примерам физических моделей можно отнести макеты в архитектуре, модели судов в судостроении. Следует отметить, что именно с натуральных моделей судов в середине XIX века моделирование стало развиваться как научная дисциплина, а сами модели - активно использоваться при проектировании новых технических устройств. Середина XIX века связана в судостроении с окончанием эпохи парусных судов и началом эпохи парового флота. Оказалось, что использование паровых машин требует принципиального изменения конструкции судов. В первую очередь это осознали строители военных кораблей. Как известно, в условиях морского сражения время жизни судна зависит главным образом от его маневренности и скорости. Для парусных судов в результате многовекового опыта были выработаны оптимальные сочетания формы корпуса и парусов. Для кораблей с паровой машиной скорость определяется мощностью последней. В тот период тепло для машин получали от сжигания угля в топках котлов. Поэтому чем выше требуемая мощность машины, тем большее количество котлов необходимо использовать и иметь на судне большой запас угля. Все это утяжеляло судно и снижало его скорость, сводя к нулевому эффекту увеличение мощности машины. Учитывая, что строительство одного крейсера занимало несколько лет, а его стоимость была весьма значительной, можно понять стремление судостроителей найти более быстрый и дешевый (по сравнению с традиционным методом проб и ошибок) способ поиска оптимальных параметров судна. Выход был найден в моделировании. Протягивая в бассейнах небольшие модели будущих судов и измеряя силу сопротивления, были найдены рациональные решения, как по форме корпуса судна, так и по мощности силовой установки.

В настоящее время методы натурального моделирования находят самое широкое применение в судостроении, авиастроении, автомобилестроении, ракетостроении и других областях. Например, при разработке нового самолета большое значение имеют эксперименты с натурными моделями, испытываемыми в аэродинамической трубе. Проведенные исследования позволяют изучить особенности обтекания фюзеляжа воздушными потоками, найти наиболее рациональную форму корпуса и отдельных узлов. Натурные модели используют и при исследовании причин крупных аварий и катастроф. Активно используются натурные модели в сочетании с другими методами моделирования (например, компьютерного) при съемке кинофильмов. Так, на съемках американского фильма “Титаник” для сцен гибели корабля было использовано более десяти моделей судна.

Помимо натуральных обследований возможно воспроизведение процессов в лабораторных условиях на моделях, подобных натурному объекту. Лабораторно-модельный метод обладает рядом преимуществ по сравнению с натурным, которые состоят в возможности изучения:

- не созданных еще в природе объектов;
- влияния какого-либо фактора, выделенного из всей совокупности факторов;
- быстро протекающих явлений, неуловимых в натуральных условиях.

Помимо этого, моделирование оказывается дешевле натуральных исследований.

При проведении эксперимента в природе или на модели изучают конкретное явление и на основе обобщения результатов стремятся получить основания для расчета других родственных явлений. С определенной закономерностью распространять результаты моделирования можно только на подобные явления.

Как известно из теории подобия, *геометрическое подобие* обусловлено равенством углов и пропорциональностью сходственных сторон в сравниваемых геометрических фигурах. Под *механическим подобием* понимается пропорциональность скоростей и ускорений двух потоков, а также подобие сил, вызывающих подобные движения. При *тепловом подобии* сохраняется подобие температуры и тепловых потоков.

Данные опыта можно распространять на подобные явления, у которых выполняются условия однозначности и численно равны определяющие критерии подобия.

Основными критериями *механического подобия* являются:

- *критерий Рейнольдса*  $Re$ , определяющий соотношение между инерционными силами и силами вязкости;
- *критерий Фруда*  $Fr$ , выражающий соотношение между гравитационными и инерционными силами;
- *критерий Архимеда*  $Ar$ , характеризующий соотношение сил инерции и вытеснения;
- *критерий Эйлера*  $Eu$ , определяющий соотношение сил давления и динамических сил.

Основными критериями *теплого подобия* являются:

- критерий Прандтля  $Pr$ , характеризующий физические свойства воздуха;
- критерий Пекле тепловой  $Pe = RePr$ , аналогичный критерию Рейнольдса;
- критерий Нуссельта  $Nu$ , характеризующий процесс теплообмена на границе между средами.

Во многих случаях выполнить все условия однозначности оказывается трудно. Здесь на помощь приходит замечательное свойство методологии моделирования, называемое *автомодельностью*. Область автомодельности — это такая область явления, в пределах которой не требуется соблюдения равенства отдельных критериев.

Наиболее распространенным явлением автомодельности, которым широко пользуются в моделировании аэродинамических и тепловых процессов, служит движение жидкости в зоне турбулентного течения. Это явление позволяет расширить возможности моделирования, заменив потокораспределение воздуха в натуральных условиях потокораспределением воды. Условия подобия будут соблюдаться, если установлено, что течение в том и другом случае является развитым турбулентным. Проявлением этого условия обычно считают  $Re > 2320$ .

Примером подобного случая может служить моделирование аэродинамических процессов в гидравлическом лотке. В этом устройстве движущийся поток воздуха моделируется движущимся по рабочему столу плоским потоком воды. Если в потоке оказывается контур испытуемого предмета (например, здания), то задача состоит в визуализации характера движения воды в зоне возмущения. Для визуализации обычно используют алюминиевую пудру, которая равномерно растекается по поверхности воды и не тонет.

При фотографировании модели на снимке четко видны все завихрения и линии тока воды, которые оставляют движущиеся частички пудры. Описанный прибор моделирует плоскую картину или двумерный процесс обтекания.

Другим примером автомодельности служит процесс свободного движения жидкости, вызванный ее разной плотностью. Так, при  $Gr \cdot Pr > 2 \cdot 10^7$  закономерность процесса не зависит от линейного размера и температуры источника, что удобно использовать при моделировании конвективных течений и струй, не заботясь о равенстве критерия Архимеда в натуре и на модели. Здесь  $Sg$  — критерий Грасгофа, показывающий соотношение сил вытеснения и вязкости.

Пересчет полученных на модели результатов подразумевает использование масштабных соотношений. Наиболее понятным является масштаб длин, равный отношению размеров объекта в натуре и на модели.

Масштаб длин назначается произвольно, исходя из удобных для работы размеров модели. Помимо масштаба длин используются масштабы и других моделируемых величин:

температуры, скорости, расхода воздуха и тепловых потоков и т.д. Все остальные масштабные соотношения назначаются, исходя из условия равенства определяющих критериев подобия.

Аналоговое моделирование - это моделирование, основанное на аналогии процессов и явлений, имеющих различную физическую природу, но одинаково описываемых формально (одними и теми же математическими соотношениями, логическими и структурными схемами). Используется в том случае, если невозможно исследовать или испытать объект или трудно и невозможно построить физическую модель.

В основу аналогового моделирования положено совпадение математического описания различных (в большинстве случаев – качественно) объектов. В качестве примеров аналоговых моделей можно привести электрические и механические колебания, которые с точки зрения математики описываются одинаковыми соотношениями, но относящиеся к качественно отличающимся физическим процессам. Поэтому изучение механических колебаний можно вести с помощью электрической схемы, и наоборот. При некоторых допущениях аналогичными можно считать процессы распространения тепла в теле, диффузии примесей и просачивания жидкости.

К числу интересных примеров можно отнести известную в теории упругости аналогию Прандтля. Прандтлем было показано, что уравнения для функции напряжений в задаче о кручении стержня произвольного поперечного сечения идентичны уравнениям, определяющим прогиб нерастяжимой мембраны, натянутой на упругий контур той же формы, под действием равномерного давления. Это позволяет заменить отнюдь не простые эксперименты по определению напряжений в скручиваемом стержне простыми измерениями прогибов мембраны.

Модели физического и аналогового типа являются материальным отражением реального объекта и тесно связаны с ним своими геометрическими, физическими и прочими характеристиками. Фактически процесс исследования моделей данного типа сводится к проведению ряда натуральных или лабораторных экспериментов, где вместо реального объекта используется его физическая или аналоговая модель.